

高考版答案页第10期

上的极值点个数为1,故D错误.故选AB.

11.ACD 提示:由 $a_{n+1}=2-\frac{1}{a_n}$,得 $a_{n+1}>0$,且 $a_n\neq 1$,则 $a_{n+1}-$

$a_n=2-a_n\frac{1}{a_n}<2-2\sqrt{\frac{1}{a_n}\cdot a_n}=0$,即 $a_{n+1}<a_n$,所以 $\{a_n\}$ 是递减数

列,故A正确;由 $a_{n+1}=2-\frac{1}{a_n}$,得 $a_{n+1}-1=1-\frac{1}{a_n}$,则 $\frac{1}{a_{n+1}-1}=$

$\frac{a_n}{a_n-1}=\frac{1}{a_n-1}+1$,又 $a_1=2$,则 $\frac{1}{a_n-1}=1$,所以 $\left\{\frac{1}{a_n-1}\right\}$ 是首项和

公差均为1的等差数列,故B错误;由B项,得 $\frac{1}{a_n-1}=n$,则

$a_n=1+\frac{1}{n}=\frac{n+1}{n}$, $na_n=n+1$,所以 $a_1+2a_2+3a_3+\cdots+10a_{10}=2+3+$

$4+5+\cdots+11=\frac{10\times(2+11)}{2}=65$,故C正确;当 $n\geq 2$ 时,

$a_1a_2\cdots a_{n-1}(a_n-1)=2\times\frac{3}{2}\times\frac{4}{3}\times\cdots\times\frac{n}{n-1}\times\frac{1}{n}=1$,故D正确.故选ACD.

三、填空题

12.2 提示:因为 $\left(2x-\frac{1}{x}\right)^5$ 展开式的通项为 $T_{r+1}=$

$(-1)^rC_5^r2^{5-r}x^{5-2r}$, $r=0,1,2,\cdots,5$,令 $5-2r=-1$,得 $r=3$,则 $T_4=$

$-C_5^3\cdot2^2\cdot x^{-1}=-\frac{40}{x}$.令 $5-2r=1$,得 $r=2$,则 $T_3=C_5^2\cdot2^3\cdot x=80x$,所

以 $\left(x+\frac{a}{x}\right)\left(2x-\frac{1}{x}\right)^5$ 展开式中的常数项为 $x\cdot T_4+\frac{a}{x}\cdot T_3=-40+$

$80a$,所以 $-40+80a=120$,解得 $a=2$.

13.12 提示:根据题意,门卡标有的偶数数字包含2,4,6,奇数数字包含1,3,5,7.若四位游客都没有拿到偶数数字门卡,

有 $A_1=24$ 种分配方案;若四位游客中一人拿到偶数数字门卡,

三人拿到奇数数字门卡,有 $C_4^1C_3^3A_1^4=288$ 种分配方案.所以一共有 $24+288=312$ 种分配方案.

14. $\frac{40\sqrt{10}\pi}{3}$ 提示:因为 F 是上底面的一个动点,

且 $OF=\sqrt{6}$,所以点 F 的轨迹是上底面上以 O_1 为圆心, $\sqrt{6}$

为半径的圆.在 $\triangle ACE$ 中, $AC=3\sqrt{2}$, $CE=\sqrt{(3\sqrt{2})^2+2^2}=\sqrt{22}$,

$AE=\sqrt{6^2+2^2}=2\sqrt{10}$,得 $AC^2+CE^2=AE^2$,所以 $\triangle ACE$ 为直角三角形,

其外心为 AE 与 OO_1 的交点,设为 Q ,所以 $OQ=\frac{1}{2}BE=1$, $QE=\sqrt{10}$,则 $O,Q,2,QF=\sqrt{O_1Q^2+O_1F^2}=\sqrt{10}$,

所以 $QF=QE=QC=QA=\sqrt{10}$,所以 Q 为四面体 $ACEF$ 的外接球的球心,

球的半径为 $\sqrt{10}$.所以四面体 $ACEF$ 的外接球的体积 $V=\frac{4\pi}{3}\times(\sqrt{10})^3=\frac{40\sqrt{10}\pi}{3}$.

选择题与填空题组训练(6)

一、单项选择题

1.D 提示:由题意,得 $A=\{-2,0,1\}$, $B=\{0,1,4\}$,故 $A\cup B=\{-2,0,1,4\}$.故选D.

2.A 提示:命题 $p:\forall x\in[0,1],x^2+x\leq 0$,则命题 p 的否定为 $\exists x_0\in[0,1],x_0^2+x_0>0$.故选A.

3.B 提示:因为 c 为 b 在 a 上的投影向量. $c=\frac{1}{3}a$,所以 $\frac{b\cdot a}{|a|}\times\frac{a}{|a|}=\frac{1}{3}a$,所以 $b\cdot a=\frac{1}{3}|a|^2$,又 $|a|=|b|$,所以 $\cos\langle a,b\rangle=\frac{a\cdot b}{|a||b|}=\frac{\frac{1}{3}|a|^2}{|a|^2}=\frac{1}{3}$.故选B.

4.B 提示:由 $\sin\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)+\sin\alpha=\frac{1}{3}$,得 $\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha-\frac{1}{2}\sin\alpha+\sin\alpha=\frac{1}{3}$,即 $\frac{1}{2}\sin\alpha+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha=\frac{1}{3}$,得 $\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{3}$,所以 $\sin\left(2\alpha+\frac{\pi}{6}\right)=\sin\left[2\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)-\frac{\pi}{2}\right]=-\cos2\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)=2\sin^2\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)-1=\frac{7}{9}$.故选B.

5.C 提示:每名同学均有5种选择,则4名同学一共有 5^4 种选择,因为小李看A电影,且4人中恰有2人看同一部电影,则分2种情况,①若有一人看A电影,则有 $C_4^1A_1^3$ 种选择,②若有一人看A电影,则有 $C_3^1A_1^3$ 种选择,所以一共有 $C_4^1A_1^3+C_3^1A_1^3=72$ 种选择,所以所求概率 $P=\frac{72}{5^4}=\frac{625}{625}$.故选C.

6.D 提示:因为函数 $f(x)$ 的图象经过四个象限,所以当 $-1<x<0$ 和 $x>0$ 时, $f(x)$ 均有正有负,易知当 $-1<x<0$ 时, $\ln(x+1)<0$;当 $x>0$ 时, $\ln(x+1)>0$,所以函数 $y=x^2-ae^x$ 在 $(-1,0)$ 和 $(0,+\infty)$ 上均至少各有一个变号零点.令 $x^2-ae^x=0$,解得 $a=x^2e^{-x}$.设 $g(x)=x^2e^{-x}$,定义域为 $(-1,+\infty)$,则 $g'(x)=-x(x-2)e^{-x}$,当 $-1<x<0$ 时, $g'(x)<0$, $g(x)$ 单调递减;当 $0<x<2$ 时, $g'(x)>0$, $g(x)$ 单调递增;当 $x>2$ 时, $g'(x)<0$, $g(x)$ 单调递减,所以当 $x=2$ 时, $g(x)$ 取得极大值,极大值 $g(2)=\frac{4}{e^2}$,又 $g(-1)=e$, $g(0)=0$,问题转化为方程 $a=x^2e^{-x}$ 在 $(-1,0)$ 和 $(0,+\infty)$ 上至少各有1个解,作出 $g(x)$ 的大致图象(图略).由图可知, a 的取值范围为 $\left(0,\frac{4}{e^2}\right)$.故选D.

数学



扫码免费下载

习题讲解 ppt

第31期

选择题与填空题组训练(5)

一、单项选择题

1.D 提示:由复数 z 的共轭复数是 $1+i$,得 $z=1-i$,

所以 $\frac{z}{2-i}=\frac{1-i}{2-i}\frac{(1-i)(2+i)}{(2-i)(2+i)}=\frac{3}{5}-\frac{1}{5}i$.

所以 $\frac{z}{2-i}$ 在复平面对应的点为 $\left(\frac{3}{5},-\frac{1}{5}\right)$,在第四象限.故选D.

2.A 提示:因为集合 $A=\{-4,-3,0,6\}$, $B=\{x\in\mathbf{Z}||x|\leq 3\}=\{-3,-2,-1,0,1,2,3\}$,所以 $A\cap B=\{-3,0\}$,所以 $A\cap B$ 的非空真子集的个数为 $2^2-2=2$.故选A.

3.C 提示:因为 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} ,且 $f(-x)=(-x)^2\cdot\sin(-x)+(-x)^3=-x^2\sin x-x^3=-f(x)$,所以 $f(x)$ 为奇函数,其图象关于原点对称,排除B;又 $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 时, $f(x)>0$,排除A;又当 $x\rightarrow+\infty$ 时, $f(x)\rightarrow+\infty$,排除D.故选C.

4.D 提示:圆台的母线长为 $4-2=2$,设上底面圆的半径为 r ,下底面圆的半径为 R ,由题意可得, $\pi\times 2=2\pi r$, $\pi\times 4=2\pi R$,解得 $r=1$, $R=2$,所以圆台的高为 $h=\sqrt{2^2-(2-1)^2}=\sqrt{3}$,则圆台的体积 $V=\frac{1}{3}\times[\pi\times 1^2+\pi\times 2^2+\sqrt{\pi\times 1^2\times\pi\times 2^2}]\times\sqrt{3}=\frac{7\sqrt{3}\pi}{3}$.故选D.

5.D 提示:因为圆 $M:(x+1)^2+(y+2)^2=1$ 的圆心为 $M(-1,-2)$,圆 $N:(x-3)^2+(y+4)^2=1$ 的圆心为 $N(3,-4)$,所以线段 MN 的中点坐标为 $(1,-3)$.由题知,直线 l 过 MN 的中点且与 MN 垂直,又 $k_{MN}=-\frac{1}{2}$,所以 $k_l=\frac{1}{k_{MN}}=2$,所以直线 l 的方程为 $y+3=2(x-1)$,即 $2x-y-5=0$.故选D.

6.B 提示:对于A,当 $a=-1$, $b=1$ 时,满足 $a<b$,但 $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$,故A错误;对于B,因为 $0<a<1$,所以 $a^2-a=a(a^2-1)<0$,则 $a^2<a$,故B正确;对于C,因为 $a>b>0$,所以 $a-b>0$, $a+1>0$,所以 $\frac{b+1}{a+1}=\frac{b}{a}\frac{a+1}{a+1}>\frac{a-b}{a+1}>\frac{b}{a}$,故C错误;对于D,令 $c=-1$, $b=0$, $a=1$,满足 $c<b<a$ 且 $ac<0$,但 $cb^2=ab^2$,故D错误.故选B.

7.D 提示:因为抛物线 $y^2=8x$ 的焦点为 $(2,0)$,所以双曲线的右焦点为 $F(2,0)$,则 $c=2$,所以 $a^2+b^2=4$,又抛物线的准线方程为 $x=-2$,抛物线准线与一条渐近线交于点 $A(m,-2\sqrt{3})$,所以 $m=-2$,则 $A(-2,-2\sqrt{3})$,代入渐近线方程 $y=\frac{b}{a}x$,得 $-2\sqrt{3}=-\frac{2b}{a}$,则 $b=\sqrt{3}a$,所以 $a^2+b^2=4a^2=4$,则 $a^2=1$, $b^2=3$,所以该双曲线的标准方程为 $x^2-\frac{y^2}{3}=1$.故选D.

8.C 提示:因为 $f(x)=2\ln x-ax+b-1$, $x\in(0,+\infty)$,所以 $f'(x)=\frac{2-ax}{x}$,若 $a<0$, $f'(x)>0$ 恒成立,所以 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增,且当 $x\rightarrow+\infty$ 时, $f(x)\rightarrow+\infty$,不符合题意;则 $a>0$,当 $x\in\left(0,\frac{2}{a}\right)$ 时, $f'(x)>0$,当 $x\in\left(\frac{2}{a},+\infty\right)$ 时, $f'(x)<0$,所以 $f(x)$ 在 $\left(0,\frac{2}{a}\right)$ 内单调递增,在 $\left(\frac{2}{a},+\infty\right)$ 上单调递减,所以 $f(x)_{\max}=f\left(\frac{2}{a}\right)=2\ln\frac{2}{a}-a\cdot\frac{2}{a}+b-1\leq 0$,则 $b\leq 3-2\ln 2+2\ln a$,所以 $b-2a\leq 3-2\ln 2+2\ln a-a-2a$.令 $g(x)=\ln x-x$,则 $g'(x)=\frac{1-x}{x}$,所以当 $0<x<1$ 时, $g'(x)>0$,当 $x>1$ 时, $g'(x)<0$,所以 $g(x)$ 在 $(0,1)$ 内单调递增,在 $(1,+\infty)$ 上单调递减,所以 $g(x)\leq g(1)=-1$,所以 $\ln a-a\leq -1$,则 $b-2a\leq 3-2\ln 2+2\ln a-2a\leq 1-2\ln 2$,即 $b-2a$ 的最大值为 $1-2\ln 2$.故选C.

二、多项选择题

9.ACD 提示:由题意,得成绩在区间 $[90,100]$ 内的学生人数为 $400\times 0.040\times 10=160$,故A正确;由 $(0.005+0.010+0.015+x+0.040)\times 10=1$,解得 $x=0.030$,故B错误;设中位数为 a 分,则 $(0.005+0.010+0.015)\times 10+0.030(a-80)=0.5$,解得 $a\approx 86.7$,故C正确;设样本数据的80%分位数为 b 分,则 $(0.005+0.010+0.015+0.030)\times 10+(b-90)\times 0.040=0.8$,解得 $b=95$,故D正确.故选ACD.

10.AB 提示:对于A,因为 $y=\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)\in[-1,1]$,所以 $f(x)=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)+3\in[1,5]$,故A正确;对于B,当 $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 时, $2x-\frac{\pi}{6}\in\left(-\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}\right)$,令 $2x-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$,则 $x=\frac{\pi}{3}$,所以 $f(x)$ 在 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 内的递增区间为 $\left(0,\frac{\pi}{3}\right)$,故B正确;对于C,令 $2x-\frac{\pi}{6}=k\pi(k\in\mathbf{Z})$,得 $x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{12}(k\in\mathbf{Z})$,所以 $f(x)$ 的对称中心为 $\left(\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{12},3\right)(k\in\mathbf{Z})$,故C错误;对于D,当 $x\in\left(0,\frac{5\pi}{6}\right)$ 时, $2x-\frac{\pi}{6}\in\left(-\frac{\pi}{6},\frac{3\pi}{2}\right)$,所以只有当 $2x-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$,即 $x=\frac{\pi}{3}$ 时, $f(x)$ 取得极大值5,无极小值,所以 $f(x)$ 在 $\left(0,\frac{5\pi}{6}\right)$

(2)因为这两名男生投进的概率均为 $\frac{3}{4}$,这名女生投进的概率为 $\frac{2}{3}$,所以这两名男生投不进的概率均为 $1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$,这名女生投不进的概率为 $1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$,由题意,得 X 的所有可能的取值为0,1,2,3, $P(X=0)=\left(\frac{1}{4}\right)^2\times\frac{1}{3}=\frac{1}{48}$, $P(X=1)=C_2^1\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}+\left(\frac{1}{4}\right)^2\times\frac{2}{3}=\frac{1}{6}$, $P(X=2)=C_2^2\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}+\left(\frac{3}{4}\right)^2\times\frac{1}{3}=\frac{7}{16}$, $P(X=3)=\left(\frac{3}{4}\right)^2\times\frac{2}{3}=\frac{3}{8}$.

所以 X 的分布列为

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{48}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{7}{16}$	$\frac{3}{8}$

则 $E(X)=0\times\frac{1}{48}+1\times\frac{1}{6}+2\times\frac{7}{16}+3\times\frac{3}{8}=\frac{13}{6}$.

3.解:(1)由 $F\left(0,\frac{p}{2}\right)$,则设直线 MN 的方程为 $y=kx+\frac{p}{2}$,联立 $\begin{cases} y=kx+\frac{p}{2}, \\ x^2=2py, \end{cases}$ 得 $x^2-2pkx-p^2=0$,则 $x_1x_2=-p^2=-4$,解得 $p=2$,所以抛物线 C 的标准方程为 $x^2=4y$.

(2)设 $R(x_3,y_3)$, $Q(x_4,y_4)$, $T(0,t)$,因为点 T 在 RQ 的垂直平分线上,所以 $|TR|=|TQ|$,即 $x_3^2+(y_3-t)^2=x_4^2+(y_4-t)^2$.因为 $x_3^2=4y_3$, $x_4^2=4y_4$,所以 $4y_3+(y_3-t)^2=4y_4+(y_4-t)^2$,即 $4(y_3-y_4)=(y_3+y_4-2t)(y_4-y_3)$,又 $y_3\neq y_4$,所以 $-4=y_3+y_4-2t$.又 $y_3+y_4=1$,所以 $t=\frac{5}{2}$,则 $T\left(0,\frac{5}{2}\right)$,所以 $S_{\triangle MNT}=\frac{1}{2}|FT|\cdot|x_1-x_2|=\frac{3}{4}|x_1-x_2|$,由(1)得 $x_1+x_2=4k$, $x_1x_2=-4$,所以 $S_{\triangle MNT}=\frac{3}{4}\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=3\sqrt{k^2+1}\geq 3$,所以当 $k=0$ 时, $S_{\triangle MNT}$ 取得最小值,最小值为3.

4.解:(1)由 $a_n=\frac{2}{3}S_n+1$,得 $S_n=\frac{3}{2}a_n-\frac{3}{2}$,①

当 $n=1$ 时, $a_1=S_1=\frac{3}{2}a_1-\frac{3}{2}$,解得 $a_1=3$,

当 $n\geq 2$ 时, $S_{n-1}=\frac{3}{2}a_{n-1}-\frac{3}{2}$,②

由①-②,可得 $a_n=S_n-S_{n-1}=\left(\frac{3}{2}a_n-\frac{3}{2}\right)-\left(\frac{3}{2}a_{n-1}-\frac{3}{2}\right)=\frac{3}{2}a_n-\frac{3}{2}a_{n-1}$,整理得 $a_n=3a_{n-1}$,即 $\frac{a_n}{a_{n-1}}=3(n\geq 2)$,所以数列 $\{a_n\}$ 是首项为3,公比为3的等比数列,所以 $a_n=3\times 3^{n-1}=3^n$.

(2)由(1)知, $a_n=3^n$,得 $b_n=\frac{\log_3 a_n}{a_n}=\frac{n}{3^n}$,

则 $T_n=\frac{1}{3}+\frac{2}{3^2}+\frac{3}{3^3}+\cdots+\frac{n}{3^n}$,③

得 $\frac{1}{3}T_n=\frac{1}{3^2}+\frac{2}{3^3}+\frac{3}{3^4}+\cdots+\frac{n-1}{3^n}+\frac{n}{3^{n+1}}$,④

由③-④,得 $\frac{2}{3}T_n=\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\cdots+\frac{1}{3^n}-\frac{n}{3^{n+1}}=\frac{1}{3}\left(1-\frac{1}{3^n}\right)-\frac{n}{3^{n+1}}$.

所以 $T_n=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{3^n}\right)+\frac{n}{3^{n+1}}$.

(3)由(2)知, $b_n=\frac{n}{3^n}$,由 $b_1,2b_2,kb_k$ 成等差数列,得 $b_1+kb_k=2\times 2b_2$,即 $\frac{1}{3}+\frac{k^2}{3^k}=\frac{8}{9}$,则 $\frac{k^2}{3^k}=\frac{5}{9}$.设 $f(k)=\frac{k^2}{3^k}$,则 $f(k+1)-f(k)=\frac{(k+1)^2}{3^{k+1}}-\frac{k^2}{3^k}=\frac{-2k^2+2k+1}{3^{k+1}}$,当 $k\geq 2$ 时, $f(k+1)-f(k)<0$,即 $f(k+1)<f(k)$.又 $f(1)=\frac{1}{3}<\frac{5}{9}$, $f(2)=\frac{4}{9}<\frac{5}{9}$,所以对所有正整数 k ,都有 $f(k)<\frac{5}{9}$.所以不存在正整数 k ,使得 $b_1,2b_2,kb_k$ 成等差数列.

5.解:(1)当 $a=2$ 时, $f(x)=e^x-2x-2$,定义域为 \mathbf{R} , $f'(x)=e^x-2$,当 $x<\ln 2$ 时, $f'(x)<0$, $f(x)$ 单调递减,当 $x>\ln 2$ 时, $f'(x)>0$, $f(x)$ 单调递增,所以 $f(x)_{\min}=f(\ln 2)=-2\ln 2<0$.又 $f(-1)=\frac{1}{e}-2>0$, $f(2)=e^2-6>0$,所以 $f(x)$ 在 $(-\infty,\ln 2)$ 和 $(\ln 2,+\infty)$ 内各有一个零点,所以 $f(x)$ 有2个零点.

(2)(i)因为 $g(x)=\frac{e^x}{2}+(a+1)e^x-ax-3$,定义域为 \mathbf{R} ,则 $g'(x)=\frac{e^x}{2}+(a+1)e^x-a=(\frac{3}{2}+a)e^x-a$,令 $g'(x)=0$,解得 $x=0$ 或 $x=\ln a$,由 $a\geq 2$,得 $\ln a\geq \ln 2>0$,当 $x<0$ 时, $g'(x)<0$;当 $0<x<\ln a$ 时, $g'(x)>0$;当 $x>\ln a$ 时, $g'(x)<0$,所以 $g(x)$ 在 $(0,\ln a)$ 内单调递增,在 $(-\infty,0)$ 和 $(\ln a,+\infty)$ 上单调递减.

(ii)因为 $g'(m)=g'(n)$,所以由(i)知, e^m,e^n 是关于 x 的方程 $-x^2+(a+1)x-a=0$ 的两个不同的实根,所以 $e^m+e^n=a+1$, $e^m\cdot e^n=a$,即 $m+n=\ln a$,所以 $g(m)+g(n)=\frac{1}{2}(e^{2m}+e^{2n})+(a+1)(e^m+e^n)-a(m+n)-6=-\frac{1}{2}[(a+1)^2-2a]+(a+1)^2-a\ln a-6=\frac{1}{2}(a+1)^2+a-a\ln a-6$.设 $h(a)=\frac{1}{2}(a+1)^2+a-a\ln a-6$,则 $h(a)$ 的定义域为 $[2,+\infty)$, $h'(a)=a-\ln a+1$,则 $h''(a)=1-\frac{1}{a}>0$,所以 $h'(a)$ 在 $[2,+\infty)$ 上单调递增,则 $h'(a)\geq h'(2)=3-\ln 2>0$,所以 $h(a)$ 在 $[2,+\infty)$ 上单调递增,所以 $h(a)_{\min}=h(2)=\frac{1}{2}-2\ln 2$,所以 $g(m)+g(n)$ 的最小值为 $\frac{1}{2}-2\ln 2$.

(2)解:易知直线 MN 的方程为 $y=\frac{\sqrt{3}}{2}(x-4)$,联立 $\begin{cases} \frac{x^2}{4}-y^2=1, \\ y=\frac{\sqrt{3}}{2}(x-4), \end{cases}$ 得 $x^2-12x+26=0$,设 $M(x_1,y_1)$, $N(x_2,y_2)$,易知 $\Delta>0$ 恒成立,所以 $x_1+x_2=12$, $x_1x_2=26$,所以 $|MN|=\sqrt{1+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}\cdot\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{70}$.

(3)证明:设直线 l 的方程为 $x=my+4$, $M(x_1,y_1)$, $N(x_2,y_2)$,联立 $\begin{cases} \frac{x^2}{4}-y^2=1, \\ x=my+4, \end{cases}$ 得 $(m^2-4)y^2+8my+12=0$,则 $\Delta=64m^2-4(m^2-4)\times 12=16(m^2+12)>0$, $y_1+y_2=-\frac{8m}{m^2-4}$, $y_1y_2=\frac{12}{m^2-4}$,所以 $-3(y_1+y_2)=2my_1y_2$,因为 $A_1(-2,0)$, $A_2(2,0)$,所以 $\frac{k_1}{k_2}=\frac{y_1(x_2-2)}{y_2(x_1+2)}=\frac{y_1(my_2+2)}{y_2(my_1+6)}=\frac{my_1y_2+2y_1}{-2(y_1+y_2)+6y_2}=\frac{-\frac{3}{2}(y_1+y_2)+2y_1}{-\frac{3}{2}(y_1+y_2)+6y_2}=\frac{\frac{1}{2}y_1-\frac{3}{2}y_2}{-\frac{3}{2}y_1+\frac{9}{2}y_2}=-\frac{1}{3}$.所以 $\frac{k_1}{k_2}$ 为定值,定值为 $-\frac{1}{3}$.

5.解:(1)根据题意,得从所有数字中任意取4个并按照从小到大的顺序排列即可得出符合题意的递增子列.可取2,4,5,9;2,4,7,9;2,4,5,6;2,5,6,9;4,5,6,9;2,4,6,9中任意三个.

(2)由于数列 $\{b_n\}$ 长度 $m=4$,且数列 $\{b_n\}$ 的每一子列的所有项的和都不相同,根据 $a_n=3n-1$ 可知 $b_1<b_2<b_3<b_4$,为使 $\frac{1}{b_1}+\frac{1}{b_2}+\frac{1}{b_3}+\frac{1}{b_4}$ 的值最大,所以尽量使 b_1,b_2,b_3,b_4 的取值最小即可,所以 b_1 的最小值为2, b_2 的最小值为5,令 $b_1=2$, $b_2=5$,由 $b_1+b_2=2+5=7$,得 b_3 的最小值为8,令 $b_3=8$;如果 $b_2=14$,因为 $b_1+b_3=10$, $b_2+b_3=13$, $b_1+b_2=16$, $b_2+b_3=19$, $b_3+b_2=22$, $b_1+b_2+b_3=15$, $b_1+b_2+b_2=21$, $b_1+b_3+b_2=24$, $b_2+b_3+b_2=27$; $b_1+b_2+b_3+b_2=29$,以上数值均不相同.如果 $b_4=11$, $b_1+b_2=2+11=13=b_2+b_3$,不符合题意.所以 b_4 的最小值为

