

第13期

1~2版

上册综合能力提升(一)

一、选择题

1~6. ACCADB

二、填空题

7. $\frac{7}{2}$ 8. $\frac{3}{10}$ 9. -6

10. $S_3 < S_2 < S_1$ 11. -2 12. $2-\sqrt{2}$

三、

13. (1) $x_1 = 4 + \sqrt{5}, x_2 = 4 - \sqrt{5}$;

(2) $x_1 = \frac{-3 + \sqrt{17}}{4}, x_2 = \frac{-3 - \sqrt{17}}{4}$.

14. 解: (1) 0.6.

(2) 由(1)可估计摸到白球的概率为0.6, $\therefore 5 \times 0.6 = 3$ (个).

答: 估算口袋中白球有3个.

15. 证明: \therefore 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore AC \perp BD, OA = OC, OB = OD$.

$\therefore BE = DF, \therefore OE = OF$.

\therefore 四边形 $AECF$ 是菱形.

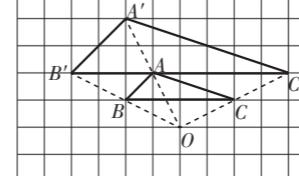
又 $\therefore OE = OA, \therefore OE = OF = OA = OC$,

即 $EF = AC$.

\therefore 四边形 $AECF$ 是正方形.

16. 解: (1) 如图, 点 O 即为所求.

(2) 如图, $\triangle A'B'C'$ 即为所求.



(第16题图)

17. 证明: $\therefore CD \perp AB, \therefore \angle ADC = 90^\circ$.

$\therefore E$ 是 $\text{Rt}\triangle ACD$ 斜边 AC 的中点,

$\therefore DE = AE, \therefore \angle A = \angle ADE$.

$\therefore \angle ADE = \angle BDF, \therefore \angle A = \angle BDF$.

$\therefore \angle FDC = \angle BDF + \angle BDC, \angle FBD =$

$\angle ACB + \angle A, \angle BDC = \angle ACB = 90^\circ,$

$\therefore \angle FDC = \angle FBD$.

$\therefore \angle F = \angle F, \therefore \triangle FDC \sim \triangle FBD$.

$\therefore \frac{FD}{FB} = \frac{FC}{FD}, \text{即 } FD^2 = FB \cdot FC$.

四、

18. 解: (1) $\frac{1}{3}$.

(2) 列表如下:

甲 \ 乙	石头	剪子	布
石头		(石头, 剪子)	(石头, 布)
剪子	(剪子, 石头)		(剪子, 布)
布	(布, 石头)	(布, 剪子)	

由表可知, 共有6种等可能的结果, 其中甲取胜的结果有3种, 即(石头, 剪子), (剪子, 布), (布, 石头).

$\therefore P(\text{甲取胜}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

19. 解: (1) 由题意, 得 $\frac{5 \times (5-1)}{2} = 10$.

\therefore 若参赛者共5人, 按赛制应该进行10局比赛.

(2) 小哲说得有道理.

$\therefore \cos \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$,

\therefore 设 $b = \sqrt{7}x$, 则 $c = 4x$.

由勾股定理, 得

$a = \sqrt{(4x)^2 - (\sqrt{7}x)^2} = 3x$.

$\therefore \sin \alpha = \frac{a}{c} = \frac{3x}{4x} = \frac{3}{4}$.

又 $\therefore \beta = 30^\circ, \therefore \sin \beta = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$.

\therefore 折射率为 $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{3}{2}$.

(2) 由题意, 得折射率为 $\frac{3}{2}$.

$\therefore \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\sin 60^\circ}{\sin \beta} = \frac{3}{2}$.

$\therefore \sin \beta = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

\therefore 四边形 $ABCD$ 是矩形, 点 O 是 AD 的中点, $\therefore AD = 2OD, \angle D = 90^\circ$.

又 $\therefore \angle OCD = \beta$,

$\therefore \sin \angle OCD = \sin \beta = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

在 $\text{Rt}\triangle ODC$ 中, 设 $OD = \sqrt{3}y, OC = 3y$.

由勾股定理, 得

$CD = \sqrt{(3y)^2 - (\sqrt{3}y)^2} = \sqrt{6}y$.

$\therefore \tan \beta = \frac{OD}{CD} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

$\therefore OD = CD \cdot \tan \beta = 10 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}$.

$\therefore AD = 2OD = 10\sqrt{2}$.

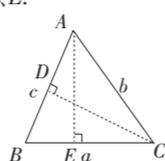
\therefore 截面 $ABCD$ 的面积为 $AD \cdot CD =$

$10\sqrt{2} \times 10 = 100\sqrt{2} (\text{cm}^2)$.

六、

23. 解: 拓展探究

如图, 过点 C 作 $CD \perp AB$ 于点 D , 过点 A 作 $AE \perp BC$ 于点 E .



(第23题图)

在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中, $\sin B = \frac{AE}{AB} = \frac{AE}{c}$.

同理: $\sin B = \frac{CD}{BC} = \frac{CD}{a}, \sin \angle BAC =$

$\frac{CD}{AC} = \frac{CD}{b}, \sin \angle BCA = \frac{AE}{AC} = \frac{AE}{b}$.

$\therefore AE = c \sin B, AE = b \sin \angle BCA, CD = a \sin B, CD = b \sin \angle BAC$.

$\therefore \frac{b}{a} = \frac{\sin \angle BCA}{\sin B}, \frac{a}{b} = \frac{\sin B}{\sin \angle BAC}$.

$\therefore \frac{\sin \angle BAC}{b} = \frac{\sin B}{a} = \frac{\sin \angle BCA}{c}$, 即

$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$.

解决问题

在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 180^\circ - \angle A - \angle C =$

$180^\circ - 75^\circ - 60^\circ = 45^\circ$.

$\therefore \frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B}, \therefore \frac{AB}{\sin 60^\circ} = \frac{60}{\sin 45^\circ}$.

解得 $AB = 30\sqrt{6}$.

\therefore 点 A 到点 B 的距离为 $30\sqrt{6}$.

四、
18. 解: (1) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中,

$\therefore \sin C = \frac{1}{2}, \therefore \angle C = 30^\circ$.

$\therefore \angle CAB = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$.

(2) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\therefore \cos C = \frac{BC}{AC}$,

$\therefore \frac{BC}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

$\therefore BC = 3\sqrt{3}$.

$\therefore CD = BC - BD = 3\sqrt{3} - 3$.

19. 解: 过点 P 作 $PC \perp AB$ 于点 C .

在 $\text{Rt}\triangle APC$ 中, $\therefore \angle A = 37^\circ, AP = 100$,

$\therefore PC = AP \cdot \sin 37^\circ = 100 \times \sin 37^\circ \approx 100 \times$

$0.6 = 60, AC = AP \cdot \cos 37^\circ \approx 100 \times 0.8 = 80$.

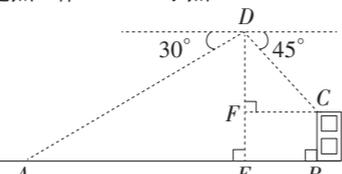
在 $\text{Rt}\triangle PBC$ 中,

$\therefore \angle B = 45^\circ, \therefore BC = PC \cdot \tan 45^\circ = 60$.

$\therefore AB = AC + BC = 80 + 60 = 140$ (n mile).

答: B 处距离 A 处有 140 n mile.

20. 解: 如图, 过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E , 过点 C 作 $CF \perp DE$ 于点 F .



(第20题图)

则四边形 $BCFE$ 是矩形.

由题意, 得 $AB = 80 \text{ m}, DE = 40 \text{ m}$,

$\angle ADE = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ, \angle CDF = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$.

在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中, $\angle AED = 90^\circ$,

$\therefore \tan \angle ADE = \frac{AE}{DE} = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$.

$\therefore AE = \sqrt{3} DE = 40\sqrt{3} (\text{m})$.

$\therefore BE = AB - AE = (80 - 40\sqrt{3}) \text{ m}$.

$\therefore CF = BE = (80 - 40\sqrt{3}) \text{ m}$.

在 $\text{Rt}\triangle DCF$ 中, $\angle DFC = 90^\circ, \angle CDF =$

$\angle DCF = 45^\circ$,

$\therefore DF = CF = (80 - 40\sqrt{3}) \text{ m}$.

$\therefore BC = EF = DE - DF = 40 - 80 + 40\sqrt{3} \approx$

$28 (\text{m})$.

答: 楼 BC 的高约为 28 m.

五、

21. 解: (1) 根据题意, 易知四边形 $CDFE$ 是矩形, $\angle CAD = 30^\circ, \angle EBF = 45^\circ$.

$\therefore DF = CE = 895$.

在 $\text{Rt}\triangle EBF$ 中, $BF = \frac{EF}{\tan \angle EBF} = \frac{7}{1} = 7$.

$\therefore DB = DF - BF = 895 - 7 = 888$.

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中,

$AD = \frac{CD}{\tan \angle CAD} = \frac{7}{\frac{\sqrt{3}}{3}} \approx 12.12$.

$\therefore AB = AD + DB = 12.12 + 888 \approx 900 (\text{m})$.

$\therefore A, B$ 两点之间的距离约为 900 m.

(2) $\therefore 900 \div 45 = 20 (\text{m/s})$,

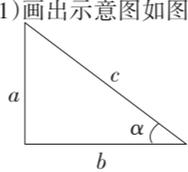
\therefore 小型汽车的速度为 $20 \times 3 \ 600 \div$

$1 \ 000 = 72 (\text{km/h})$.

$\therefore 72 < 80$,

\therefore 小型汽车从点 A 行驶到点 B 没有超速.

22. 解: (1) 画出示意图如图所示.



(第22题图)

当 $\alpha = 65^\circ$ 时, $AH = \frac{3}{\tan 65^\circ} \approx \frac{3}{2.14} \approx$

1.40; 当 $\alpha = 45^\circ$ 时, $AH = \frac{3}{\tan 45^\circ} = 3$.

$\therefore 3 - 1.40 = 1.6 (\text{m})$, \therefore 当 α 从 65° 减少到 45° 时, 点 E 下降的高度约为 1.6 m.

17. 解: (1) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\therefore \angle ABC =$

$45^\circ, AB = 6, \therefore BC = AC = \frac{\sqrt{2}}{2} AB = 3\sqrt{2}$.

在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中, $\therefore \angle ADC = 30^\circ$,

$\therefore AD = 2AC = 6\sqrt{2}$.

$\therefore 6\sqrt{2} - 6 \approx 2.48 (\text{m})$.

答: 改善后滑梯会增加长约 2.48 m.

(2) 这样的改造可行.

理由: 在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中,

$\therefore \angle ADC = 30^\circ, \tan \angle ADC = \frac{AC}{DC}$,

$\therefore CD = \frac{AC}{\tan \angle ADC} = \frac{3\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = 3\sqrt{6}$.

$\therefore BD = CD - BC = 3\sqrt{6} - 3\sqrt{2}$.

$\therefore 8 - BD = 8 - 3\sqrt{6} + 3\sqrt{2} \approx 4.90 (\text{m})$.

$\therefore 4.90 > 4$,

\therefore 这样的改造可行.

第16期

3~4版

一、选择题

1~6. ABDBCC

二、填空题

7. $\frac{7}{2}$ 8. 5 9. 105° 10. 113

11. 47.5 12. $7-3\sqrt{2}$ 或 $1+3\sqrt{2}$

三、

13. 解: (1) 原式 $= \sqrt{3} - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 1 - 2 \times$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} - \frac{1}{2} + 1 - \sqrt{3} = \frac{1}{2}$.

(2) 原式 $= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{2}{1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$.

14. 解: 根据勾股定理, 得 $BC = 4\sqrt{2}$.

$\therefore \sin B = \frac{7}{9}, \cos B = \frac{4\sqrt{2}}{9}, \tan A = \frac{4\sqrt{2}}{7}$.

15. 解: (1) $\therefore \sin B = \frac{b}{c} = \frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$,

$\therefore \angle B = 45^\circ$.

(2) $\therefore c = 12, \sin A = \frac{a}{c} = \frac{1}{3}, \therefore a = 4$.

$\therefore b = \sqrt{c^2 - a^2} = 8\sqrt{2}$.

16. 解: 如图, 过点 C

作 $CD \perp AB$ 交 AB 的延长

线于点 D .

$\therefore \angle ABC = 120^\circ$,

$\therefore \angle CBD = 60^\circ$.

$\therefore BD = BC \cdot \cos \angle CBD =$

$1.2 \times \frac{1}{2} = 0.6 (\text{m})$.

$\therefore AD = AB + BD =$

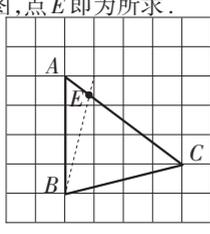
$1.7 + 0.6 = 2.3 (\text{m})$.

$\therefore 2.3 < 2.45$,

\therefore 该车停在储藏室后能够正常开启后备箱门.

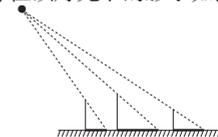
17. 解: (1) $\frac{4\sqrt{17}}{17}$.

(2) 如图, 点 E 即为所求.



(第17题图)

三根旗杆在该灯光下的影子如图所示.



(第23题图)

【数学思考】D.

【解决问题】 $\therefore CD \parallel EF \parallel AB$,

$\therefore \triangle CDF \sim \triangle ABF, \triangle ABG \sim \triangle EFG$.

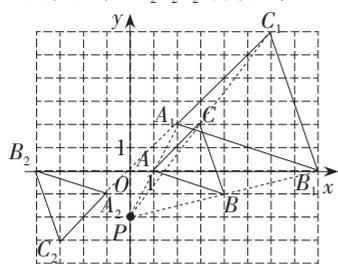
$\therefore \frac{CD}{AB} = \frac{DF}{BF}, \frac{EF}{AB} = \frac{GF}{BG}$.

又 $\therefore CD = EF, \therefore \frac{DF}{BF} = \frac{GF}{BG}$.

$\therefore DF = 3 \text{ m}, FG = 4 \text{ m}, BF = BD + DF = (BD +$

∵ BE=DF, ∴ 四边形 BFDE 是平行四边形.
 ∵ DE⊥AB, 即 ∠DEB=90°, ∴ 四边形 BFDE 是矩形.
 (2) 由 (1) 知四边形 BFDE 是矩形. ∴ ∠BFC=90°. ∵ CF=3, BF=4, ∴ BC=√(3²+4²)=5. ∴ AD=BC=5. ∵ DF=5, ∴ AD=DF. ∴ ∠DAF=∠DFA. ∵ AB∥CD, ∴ ∠DFA=∠FAB. ∴ ∠DAF=∠FAB, 即 AF 平分 ∠DAB.

四、
 18. 解: (1) (0, -2). 提示: 如图所示.
 (2) 如图, △A₂B₂C₂ 即为所求.



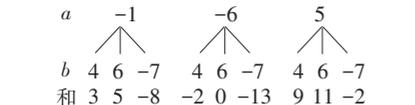
(第 18 题图)

(3) 点 D₂ 的坐标为 (-1/2 a, -1/2 b).

19. 解: (1) [-4, 3] * [2, -6] = -4 * 2 - 3 * (-6) = 10.
 (2) 根据题意, 得 x(mx+1) - m(2x-1) = 0.

整理, 得 mx² + (1-2m)x + m = 0. ∵ 关于 x 的方程 [x, 2x-1] * [mx+1, m] = 0 有两个实数根, ∴ Δ = (1-2m)² - 4m * m ≥ 0, 且 m ≠ 0. 解得 m ≤ -1/4, 且 m ≠ 0.

20. 解: (1) 2/3.
 (2) 画树状图如下:



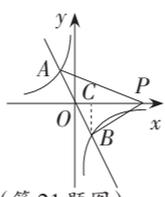
由树状图可知, 一共有 9 种等可能的结果, 其中 a+b > 0 的结果有 4 种, a+b < 0 的结果有 4 种. ∴ P(小明获胜) = 4/9, P(小明获胜) = 4/9.

∵ P(小明获胜) = P(小明获胜), ∴ 这个游戏公平.

五、
 21. 解: (1) 当 x=2 时, y=-2 * 2 = -4, ∴ 点 B 的坐标为 (2, -4). ∴ 点 B(2, -4) 在反比例函数 y = k/x 的图象上, ∴ -4 = k/2, 解得 k = -8.

∴ 反比例函数的表达式为 y = -8/x. 联立 {y = -2x, y = -8/x} 解得 {x = -2, y = 4} 或 {x = 2, y = -4}. ∴ 点 A 的坐标为 (-2, 4).
 (2) 不等式 k/x + 2x ≤ 0 的解集为 x ≤ -2 或 0 < x ≤ 2.

(3) 过点 B 作 BC⊥x 轴于点 C, 如图所示.



(第 21 题图)

∴ 点 B 的坐标为 (2, -4), ∴ OC = 2, BC = 4. ∴ OB = √(OC² + BC²) = √(2² + 4²) = 2√5. ∴ ∠PBO = ∠BCO = 90°, ∠POB = ∠BOC, ∴ △PBO ∽ △BCO.

∴ OP/OB = OB/OC, 即 OP/(2√5) = 2√5/2. 解得 OP = 10.

∴ 点 P 的坐标为 (10, 0).

22. 解: (1) 证明: 在正方形 ABCD 中, AB=BC, ∠ABP=∠CBP=45°, 又 ∵ BP=BP, ∴ △ABP ≌ △CBP (SAS). ∴ PA=PC.

∵ PA=PE, ∴ PC=PE. ∴ ∠BAP=∠BCP, ∴ ∠DAP=∠DCP. ∴ PA=PE, ∴ ∠DAP=∠DEP. ∴ ∠DCP=∠DEP. ∴ ∠CFP=∠EFD, ∴ ∠CPE=∠EDF=90°. (3) AP=CE.

理由: ∵ 四边形 ABCD 是菱形, ∴ BA=BC, ∠PBA=∠PBC. 又 ∵ BP=BP, ∴ △ABP ≌ △CBP (SAS). ∴ PA=PC, ∠BAP=∠BCP. ∴ PA=PE, ∴ PC=PE. ∴ ∠BAD=∠BCD, ∴ ∠DAP=∠DCP. ∴ PA=PE, ∴ ∠DAP=∠DEP. ∴ ∠DCP=∠DEP. ∴ ∠CFP=∠EFD, ∴ ∠CPE=∠EDF=90°. (3) AP=CE.

理由: ∵ 四边形 ABCD 是菱形, ∴ BA=BC, ∠PBA=∠PBC. 又 ∵ BP=BP, ∴ △ABP ≌ △CBP (SAS). ∴ PA=PC, ∠BAP=∠BCP. ∴ PA=PE, ∴ PC=PE. ∴ ∠BAD=∠BCD, ∴ ∠DAP=∠DCP. ∴ PA=PE, ∴ ∠DAP=∠DEP. ∴ ∠DCP=∠DEP. ∴ ∠CFP=∠EFD, ∴ ∠CPE=∠EDF=90°. (3) AP=CE.

理由: ∵ 四边形 ABCD 是菱形, ∴ BA=BC, ∠PBA=∠PBC. 又 ∵ BP=BP, ∴ △ABP ≌ △CBP (SAS). ∴ PA=PC, ∠BAP=∠BCP. ∴ PA=PE, ∴ PC=PE. ∴ ∠BAD=∠BCD, ∴ ∠DAP=∠DCP. ∴ PA=PE, ∴ ∠DAP=∠DEP. ∴ ∠DCP=∠DEP. ∴ ∠CFP=∠EFD, ∴ ∠CPE=∠EDF=90°. (3) AP=CE.

理由: ∵ 四边形 ABCD 是菱形, ∴ BA=BC, ∠PBA=∠PBC. 又 ∵ BP=BP, ∴ △ABP ≌ △CBP (SAS). ∴ PA=PC, ∠BAP=∠BCP. ∴ PA=PE, ∴ PC=PE. ∴ ∠BAD=∠BCD, ∴ ∠DAP=∠DCP. ∴ PA=PE, ∴ ∠DAP=∠DEP. ∴ ∠DCP=∠DEP. ∴ ∠CFP=∠EFD, ∴ ∠CPE=∠EDF=90°. (3) AP=CE.

理由: ∵ 四边形 ABCD 是菱形, ∴ BA=BC, ∠PBA=∠PBC. 又 ∵ BP=BP, ∴ △ABP ≌ △CBP (SAS). ∴ PA=PC, ∠BAP=∠BCP. ∴ PA=PE, ∴ PC=PE. ∴ ∠BAD=∠BCD, ∴ ∠DAP=∠DCP. ∴ PA=PE, ∴ ∠DAP=∠DEP. ∴ ∠DCP=∠DEP. ∴ ∠CFP=∠EFD, ∴ ∠CPE=∠EDF=90°. (3) AP=CE.

理由: ∵ 四边形 ABCD 是菱形, ∴ BA=BC, ∠PBA=∠PBC. 又 ∵ BP=BP, ∴ △ABP ≌ △CBP (SAS). ∴ PA=PC, ∠BAP=∠BCP. ∴ PA=PE, ∴ PC=PE. ∴ ∠BAD=∠BCD, ∴ ∠DAP=∠DCP. ∴ PA=PE, ∴ ∠DAP=∠DEP. ∴ ∠DCP=∠DEP. ∴ ∠CFP=∠EFD, ∴ ∠CPE=∠EDF=90°. (3) AP=CE.

理由: ∵ 四边形 ABCD 是菱形, ∴ BA=BC, ∠PBA=∠PBC. 又 ∵ BP=BP, ∴ △ABP ≌ △CBP (SAS). ∴ PA=PC, ∠BAP=∠BCP. ∴ PA=PE, ∴ PC=PE. ∴ ∠BAD=∠BCD, ∴ ∠DAP=∠DCP. ∴ PA=PE, ∴ ∠DAP=∠DEP. ∴ ∠DCP=∠DEP. ∴ ∠CFP=∠EFD, ∴ ∠CPE=∠EDF=90°. (3) AP=CE.

理由: ∵ 四边形 ABCD 是菱形, ∴ BA=BC, ∠PBA=∠PBC. 又 ∵ BP=BP, ∴ △ABP ≌ △CBP (SAS). ∴ PA=PC, ∠BAP=∠BCP. ∴ PA=PE, ∴ PC=PE. ∴ ∠BAD=∠BCD, ∴ ∠DAP=∠DCP. ∴ PA=PE, ∴ ∠DAP=∠DEP. ∴ ∠DCP=∠DEP. ∴ ∠CFP=∠EFD, ∴ ∠CPE=∠EDF=90°. (3) AP=CE.

理由: ∵ 四边形 ABCD 是菱形, ∴ BA=BC, ∠PBA=∠PBC. 又 ∵ BP=BP, ∴ △ABP ≌ △CBP (SAS). ∴ PA=PC, ∠BAP=∠BCP. ∴ PA=PE, ∴ PC=PE. ∴ ∠BAD=∠BCD, ∴ ∠DAP=∠DCP. ∴ PA=PE, ∴ ∠DAP=∠DEP. ∴ ∠DCP=∠DEP. ∴ ∠CFP=∠EFD, ∴ ∠CPE=∠EDF=90°. (3) AP=CE.

理由: ∵ 四边形 ABCD 是菱形, ∴ BA=BC, ∠PBA=∠PBC. 又 ∵ BP=BP, ∴ △ABP ≌ △CBP (SAS). ∴ PA=PC, ∠BAP=∠BCP. ∴ PA=PE, ∴ PC=PE. ∴ ∠BAD=∠BCD, ∴ ∠DAP=∠DCP. ∴ PA=PE, ∴ ∠DAP=∠DEP. ∴ ∠DCP=∠DEP. ∴ ∠CFP=∠EFD, ∴ ∠CPE=∠EDF=90°. (3) AP=CE.

理由: ∵ 四边形 ABCD 是菱形, ∴ BA=BC, ∠PBA=∠PBC. 又 ∵ BP=BP, ∴ △ABP ≌ △CBP (SAS). ∴ PA=PC, ∠BAP=∠BCP. ∴ PA=PE, ∴ PC=PE. ∴ ∠BAD=∠BCD, ∴ ∠DAP=∠DCP. ∴ PA=PE, ∴ ∠DAP=∠DEP. ∴ ∠DCP=∠DEP. ∴ ∠CFP=∠EFD, ∴ ∠CPE=∠EDF=90°. (3) AP=CE.

理由: ∵ 四边形 ABCD 是菱形, ∴ BA=BC, ∠PBA=∠PBC. 又 ∵ BP=BP, ∴ △ABP ≌ △CBP (SAS). ∴ PA=PC, ∠BAP=∠BCP. ∴ PA=PE, ∴ PC=PE. ∴ ∠BAD=∠BCD, ∴ ∠DAP=∠DCP. ∴ PA=PE, ∴ ∠DAP=∠DEP. ∴ ∠DCP=∠DEP. ∴ ∠CFP=∠EFD, ∴ ∠CPE=∠EDF=90°. (3) AP=CE.

理由: ∵ 四边形 ABCD 是菱形, ∴ BA=BC, ∠PBA=∠PBC. 又 ∵ BP=BP, ∴ △ABP ≌ △CBP (SAS). ∴ PA=PC, ∠BAP=∠BCP. ∴ PA=PE, ∴ PC=PE. ∴ ∠BAD=∠BCD, ∴ ∠DAP=∠DCP. ∴ PA=PE, ∴ ∠DAP=∠DEP. ∴ ∠DCP=∠DEP. ∴ ∠CFP=∠EFD, ∴ ∠CPE=∠EDF=90°. (3) AP=CE.

理由: ∵ 四边形 ABCD 是菱形, ∴ BA=BC, ∠PBA=∠PBC. 又 ∵ BP=BP, ∴ △ABP ≌ △CBP (SAS). ∴ PA=PC, ∠BAP=∠BCP. ∴ PA=PE, ∴ PC=PE. ∴ ∠BAD=∠BCD, ∴ ∠DAP=∠DCP. ∴ PA=PE, ∴ ∠DAP=∠DEP. ∴ ∠DCP=∠DEP. ∴ ∠CFP=∠EFD, ∴ ∠CPE=∠EDF=90°. (3) AP=CE.

理由: ∵ 四边形 ABCD 是菱形, ∴ BA=BC, ∠PBA=∠PBC. 又 ∵ BP=BP, ∴ △ABP ≌ △CBP (SAS). ∴ PA=PC, ∠BAP=∠BCP. ∴ PA=PE, ∴ PC=PE. ∴ ∠BAD=∠BCD, ∴ ∠DAP=∠DCP. ∴ PA=PE, ∴ ∠DAP=∠DEP. ∴ ∠DCP=∠DEP. ∴ ∠CFP=∠EFD, ∴ ∠CPE=∠EDF=90°. (3) AP=CE.

理由: ∵ 四边形 ABCD 是菱形, ∴ BA=BC, ∠PBA=∠PBC. 又 ∵ BP=BP, ∴ △ABP ≌ △CBP (SAS). ∴ PA=PC, ∠BAP=∠BCP. ∴ PA=PE, ∴ PC=PE. ∴ ∠BAD=∠BCD, ∴ ∠DAP=∠DCP. ∴ PA=PE, ∴ ∠DAP=∠DEP. ∴ ∠DCP=∠DEP. ∴ ∠CFP=∠EFD, ∴ ∠CPE=∠EDF=90°. (3) AP=CE.

理由: ∵ 四边形 ABCD 是菱形, ∴ BA=BC, ∠PBA=∠PBC. 又 ∵ BP=BP, ∴ △ABP ≌ △CBP (SAS). ∴ PA=PC, ∠BAP=∠BCP. ∴ PA=PE, ∴ PC=PE. ∴ ∠BAD=∠BCD, ∴ ∠DAP=∠DCP. ∴ PA=PE, ∴ ∠DAP=∠DEP. ∴ ∠DCP=∠DEP. ∴ ∠CFP=∠EFD, ∴ ∠CPE=∠EDF=90°. (3) AP=CE.

理由: ∵ 四边形 ABCD 是菱形, ∴ BA=BC, ∠PBA=∠PBC. 又 ∵ BP=BP, ∴ △ABP ≌ △CBP (SAS). ∴ PA=PC, ∠BAP=∠BCP. ∴ PA=PE, ∴ PC=PE. ∴ ∠BAD=∠BCD, ∴ ∠DAP=∠DCP. ∴ PA=PE, ∴ ∠DAP=∠DEP. ∴ ∠DCP=∠DEP. ∴ ∠CFP=∠EFD, ∴ ∠CPE=∠EDF=90°. (3) AP=CE.

理由: ∵ 四边形 ABCD 是菱形, ∴ BA=BC, ∠PBA=∠PBC. 又 ∵ BP=BP, ∴ △ABP ≌ △CBP (SAS). ∴ PA=PC, ∠BAP=∠BCP. ∴ PA=PE, ∴ PC=PE. ∴ ∠BAD=∠BCD, ∴ ∠DAP=∠DCP. ∴ PA=PE, ∴ ∠DAP=∠DEP. ∴ ∠DCP=∠DEP. ∴ ∠CFP=∠EFD, ∴ ∠CPE=∠EDF=90°. (3) AP=CE.

理由: ∵ 四边形 ABCD 是菱形, ∴ BA=BC, ∠PBA=∠PBC. 又 ∵ BP=BP, ∴ △ABP ≌ △CBP (SAS). ∴ PA=PC, ∠BAP=∠BCP. ∴ PA=PE, ∴ PC=PE. ∴ ∠BAD=∠BCD, ∴ ∠DAP=∠DCP. ∴ PA=PE, ∴ ∠DAP=∠DEP. ∴ ∠DCP=∠DEP. ∴ ∠CFP=∠EFD, ∴ ∠CPE=∠EDF=90°. (3) AP=CE.

理由: ∵ 四边形 ABCD 是菱形, ∴ BA=BC, ∠PBA=∠PBC. 又 ∵ BP=BP, ∴ △ABP ≌ △CBP (SAS). ∴ PA=PC, ∠BAP=∠BCP. ∴ PA=PE, ∴ PC=PE. ∴ ∠BAD=∠BCD, ∴ ∠DAP=∠DCP. ∴ PA=PE, ∴ ∠DAP=∠DEP. ∴ ∠DCP=∠DEP. ∴ ∠CFP=∠EFD, ∴ ∠CPE=∠EDF=90°. (3) AP=CE.

第 14 期

2 版

1.1 锐角三角函数

第 1 课时

1. B 2. 3, 1/3
 3. 解: 在 Rt△ABC 中, ∵ ∠C=90°, ∴ tan A = BC/AC. ∵ BC=3, tan A = 5/12, ∴ 3/AC = 5/12. 解得 AC = 36/5.

∴ AC 的长为 36/5.
 第 2 课时
 1. C 2. A
 3. 解: ∵ ∠C=90°, AC=4, BC=2, ∴ AB = √(BC² + AC²) = √(2² + 4²) = 2√5. ∴ sin A = BC/AB = 2/(2√5) = √5/5, cos A = AC/AB = 4/(2√5) = 2√5/5. ∴ tan A = BC/AC = 2/4 = 1/2.

1.2 30°, 45°, 60° 角的三角函数值
 1. C 2. 75° 3. (1) 1; (2) 3 + √2.
 1.3 三角函数的计算
 1. 解: (1) sin 35° ≈ 0.574. (2) cos 62° 18' = cos 62.3° ≈ 0.465. (3) tan 15° 24' 36" = tan 15.41° ≈ 0.276.
 2. (1) 72° 24'; (2) 30° 36'; (3) 10° 42'.
 3. A 4. D 3 版

一、选择题
 1~6. BDABCA

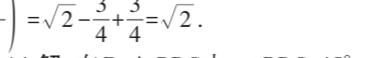
二、填空题
 7. 1/3 8. 2.14, 0.91 9. 105°
 10. 45° 11. 20 12. 3 或 4

三、解答题
 13. 解: (1) 原式 = √3/3 × √3/2 - √2/2 × √2/2 = 1/2 - 1/2 = 0.
 (2) 原式 = 2 × √2/2 - 3/2 × √3/3 × √3/2 + (√3/2)² = √2 - 3/4 + 3/4 = √2.

14. 解: 在 Rt△BDC 中, ∠BDC=45°, BD=10√2, ∴ BC=BD · sin ∠BDC = 10√2 × √2/2 = 10.

在 Rt△ABC 中, ∠C=90°, AB=20, ∴ sin A = BC/AB = 10/20 = 1/2.

15. 解: (1) 如图.



(第 15 题图)

(2) 如图, 过点 B 作 BE⊥CD 于点 E. 由 (1) 知, CD=AD=BD=1/2 AB=5. 设 DE=x, 则 CE=CD-DE=5-x. 在 Rt△BDE 中, BE²=BD²-DE²=5²-x². 在 Rt△BCE 中, BE²=BC²-CE²=6²-(5-x)². ∴ 5²-x²=6²-(5-x)². 解得 x=1.4. ∴ DE=1.4.

∴ cos ∠CDB = DE/BD = 1.4/5 = 7/25.

16. 解: 如图, 过点 A 作 AD⊥BC 于点 D.



(第 16 题图)

在 Rt△ADC 中, ∠C=45°, AC=4, ∴ AD=CD=4. 在 Rt△ABD 中, ∠BAD=53°, AD=4, ∴ BD=AD/tan 53° = 4/(4/3) = 3. ∴ BC=BD+CD=3+4=7.

在 Rt△ACD 中, tan ∠ACD = AD/CD, 即 CD = AD/tan 45° = AD.

在 Rt△ABD 中, tan ∠ABD = AD/BD, 即 BD = AD/tan 53° = 3/4 AD.

由题意, 得 AD - 3/4 AD = 75. 解得 AD = 300 (m). 所以热气球离地面的高度是 300 m.

17. 解: (1) 1/2, √3/2. (2) 在 Rt△ABC 中, ∵ ∠C=90°, AB=1, ∠A=α, ∴ sin α = BC/AB = BC, cos α = AC/AB = AC. 取 AB 的中点 O, 连接 OC, 过点 C 作 CD⊥AB 于点 D. ∴ OA=OB=OC=1/2 AB=1/2. ∴ ∠BOC=2α. 在 Rt△CDO 中, tan 2α = tan ∠BOC = CD/OD. 在 Rt△ACD 中, CD/AC = sin α, AC/CD = cos α. ∴ CD = AC · sin α = cos α · sin α. ∴ ∠B + ∠A = 90°, ∠B + ∠BCD = 90°, ∴ ∠BCD = ∠A = α. ∴ 在 Rt△BCD 中, sin ∠BCD = sin α = BD/BC. ∴ BD = BC · sin α = 1/2 - BC · sin α = 1/2 - sin² α. ∴ OD = OB - BD = 1/2 - BC · sin α = 1/2 - sin² α. ∴ tan 2α = CD/OD = (sin α · cos α) / (1/2 - sin² α).

第 15 期
 2 版
 1.4 解直角三角形

1. C 2. 解: (1) 在 Rt△ABC 中, ∵ tan A = BC/AC = 6/2√3 = √3, ∴ ∠A = 60°.

∴ ∠B = 90° - 60° = 30°. ∴ c = 2b = 2 × 2√3 = 4√3.

(2) 在 Rt△ABC 中, ∵ a=5, b=12, 根据勾股定理, 得 c = √(a² + b²) = 13. ∴ sin A = a/c = 5/13, ∴ ∠A ≈ 23°.

∴ ∠B = 90° - 23° = 67°.

(3) 由直角三角形的性质, 得 ∠A = 90° - ∠B = 90° - 72° = 18°.

∴ sin B = b/c, ∠B = 72°, c = 14, ∴ b = c · sin B ≈ 14 × 0.9511 ≈ 13.3.

∴ sin A = a/c, ∠A = 18°, ∴ a = c · sin A ≈ 14 × 0.3090 ≈ 4.3.

1.5 三角函数的应用
 题型一 方向角
 解: (1) 过点 P 作 PC⊥AB 于点 C. 在 Rt△PCA 中, ∵ ∠CPA = 60°, PA = 60, ∴ PC = PA · cos 60° = 60 × 1/2 = 30, AC = PA · sin 60° = 60 × √3/2 = 30√3 ≈ 51.96.

在 Rt△BCP 中, ∵ ∠CPB = 45°, ∴ BC = PC · tan ∠CPB = 30. ∴ PB = 30√2 ≈ 42.42 (n mile). 答: 海轮位于 B 处时与灯塔 P 之间的距离约为 42.42 n mile.

(2) ∵ AC ≈ 51.96, BC = 30, ∴ AB = AC + BC ≈ 51.96 + 30 = 81.96 (n mile). 答: 航程 AB 的长约为 81.96 n mile.

题型二 仰角和俯角
 解: 在 Rt△AMN 中, ∴ tan ∠MAN = MN/AM, ∴ AM = MN/tan ∠MAN = 15.12/tan 15° ≈ 15.12/0.27 = 56.

∴ AB = 30, ∴ BM = AM - AB = 56 - 30 = 26. 在 Rt△BPM 中, ∵ ∠PBM = 45°, ∴ PM = BM · tan ∠PBM = 26. ∴ PN = PM - MN = 26 - 15.12 = 10.88 ≈ 11 (m). 答: 角楼 PN 的高度约为 11 m.

题型三 坡度和坡角
 1. A 2. 解: ∵ DE = 40, DE:AE = 4:3, ∴ AE = 30. ∴ AD = √(AE² + DE²) = √(30² + 40²) = 50. ∴ CF = DE = 40, CF:BF = 1:2, ∴ BF = 80. ∴ BC = √(CF² + BF²) = √(40² + 80²) = 40√5. 易知, EF = CD = 30. ∴ AB = AE + EF + BF = 140. ∴ 大坝横截面的周长 = AD + DC + BC + AB = 50 + 30 + 40√5 + 140 ≈ 309 (m).

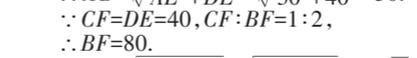
1.6 利用三角函数测高
 1. 解: (1) 测倾器、米尺; (2) ① 测倾器, 仰角 α; ② 仪器的高 CD, 测点到旗杆的水平距离 BD, ③ atan α + b; (3) 18.6.

2. 解: 由题意, 得 BA⊥AD, CD = 40 m. 设 AC = x m. ∴ AD = AC + CD = (x + 40) m. 在 Rt△ABC 中, ∠ACB = 45°, ∴ AB = AC · tan 45° = x (m). 在 Rt△ABD 中, ∠D = 30°, ∴ AB = AD · tan 30° = √3/3 (x + 40) m. ∴ x = √3/3 (x + 40). 解得 x = 20√3 + 20. ∴ AB = 20√3 + 20 ≈ 55 (m). ∴ 塔 AB 的高度约为 55 m.

3 版
 一、选择题
 1~6. CDDAAB

二、填空题
 7. 30° 8. 50 9. 3.5 10. 4
 11. 10.4 12. 17 或 7

三、解答题
 13. 解: (1) 如图, 过点 A 作 AD⊥BC, 垂足为 D.



(第 13 题图)

在 Rt△ABD 中, ∠B = 45°, ∴ AD = BD. 在 Rt△ADC 中, ∠C = 30°, ∴ AC = 2AD. ∴ AB = AD + AC = AD + 2AD = 3AD. ∴ AD = AB/3 = 10/3. ∴ BC = BD + DC = AD + DC = 10/3 + 10/3 = 20/3.

在 Rt△ABD 中, ∠B = 45°, ∴ AD = BD. 在 Rt△ADC 中, ∠C = 30°, ∴ AC = 2AD. ∴ AB = AD + AC = AD + 2AD = 3AD. ∴ AD = AB/3 = 10/3. ∴ BC = BD + DC = AD + DC = 10/3 + 10/3 = 20/3.

在 Rt△ABD 中, ∠B = 45°, ∴ AD = BD. 在 Rt△ADC 中, ∠C = 30°, ∴ AC = 2AD. ∴ AB = AD + AC = AD + 2AD = 3AD. ∴ AD = AB/3 = 10/3. ∴ BC = BD + DC = AD + DC = 10/3 + 10/3 = 20/3.

在 Rt△ABD 中, ∠B = 45°, ∴ AD = BD. 在 Rt△ADC 中, ∠C = 30°, ∴ AC = 2AD. ∴ AB = AD + AC = AD + 2AD = 3AD. ∴ AD = AB/3 = 10/3. ∴ BC = BD + DC = AD + DC = 10/3 + 10/3 = 20/3.

在 Rt△ABD 中, ∠B = 45°, ∴ AD = BD. 在 Rt△ADC 中, ∠C = 30°, ∴ AC = 2AD. ∴ AB = AD + AC = AD + 2AD = 3AD. ∴ AD = AB/3 = 10/3. ∴ BC = BD + DC = AD + DC = 10/3 + 10/3 = 20/3.

在 Rt△ABD 中, ∠B = 45°, ∴ AD = BD. 在 Rt△ADC 中, ∠C = 30°, ∴ AC = 2AD. ∴ AB = AD + AC = AD + 2AD = 3AD. ∴ AD = AB/3 = 10/3. ∴ BC = BD + DC = AD + DC = 10/3 + 10/3 = 20/3.

在 Rt△ABD 中, ∠B = 45°, ∴ AD = BD. 在 Rt△ADC 中, ∠C = 30°, ∴ AC = 2AD. ∴ AB = AD + AC = AD + 2AD = 3AD. ∴ AD = AB/3 = 10/3. ∴ BC = BD + DC = AD + DC = 10/3 + 10/3 = 20/3.

在 Rt△ABD 中, ∠B = 45°, ∴ AD = BD. 在 Rt△ADC 中, ∠C = 30°, ∴ AC = 2AD. ∴ AB = AD + AC = AD + 2AD = 3AD. ∴ AD = AB/3 = 10/3. ∴ BC = BD + DC = AD + DC = 10/3 + 10/3 = 20/3.

在 Rt△ABD 中, ∠B = 45°, ∴ AD = BD. 在 Rt△ADC 中, ∠C = 30°, ∴ AC = 2AD. ∴ AB = AD + AC = AD + 2AD = 3AD