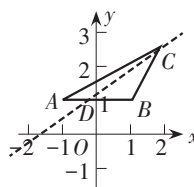


高二选择性必修(第一册)答案页第2期



(第16题图)

17.解:(1)若选①,由直线 l 的方向向量为 $\boldsymbol{v}=(-2,1)$,得直线 l 的斜率为 $-\frac{1}{2}$,

所以直线 l 的方程为 $y-1=-\frac{1}{2}(x-2)$,所以直线 l 的一般式方程为 $x+2y-4=0$.

若选②,直线 l 经过点 $(4,0)$,直线 l 的斜率为 $\frac{1-0}{2-4}=-\frac{1}{2}$,所以直线 l 的方程为 $y-1=-\frac{1}{2}(x-2)$,所以直线 l 的一般式方程为 $x+2y-4=0$.

若选③,由题意设直线 l 的方程为 $y-1=k(x-2)$ ($k\neq 0$),则 $A\left(2-\frac{1}{k},0\right),B(0,1-2k)$,则 $S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}(1-2k)\left(2-\frac{1}{k}\right)=4$,解得 $k=-\frac{1}{2}$,所以直线 l 的方程为 $y-1=-\frac{1}{2}(x-2)$,

所以直线 l 的一般式方程为 $x+2y-4=0$.

(2)设点 $M(-3,1)$ 关于直线 l 的对称点为 $M'(a,b)$,

由题意得,
$$\begin{cases} \frac{a-3}{2}+2\times\frac{b+1}{2}-4=0, \\ -\frac{1}{2}\times\frac{b-1}{a+3}=-1, \end{cases}$$
解得 $a=-1,b=5$,

所以 $M'(-1,5),|MQ|+|OQ|$ 的最小值为 $|M'O|=\sqrt{26}$.

18.解:(1)因为点 $B(4,3),C(3,-2)$,

所以 $k_{BC}=\frac{-2-3}{3-4}=5$,

因为 AD 是 BC 边上的高,所以 $k_{AB}\cdot k_{BC}=-1$,所以 $k_{AB}=-\frac{1}{5}$,所以 BC 边上的高 AD 所在直线的方程为 $y-1=\frac{1}{5}(x+2)$,即 $x+5y-3=0$.

(2)因为点 $M(3,1)$ 为边 AC 的中点,设 $C(m,n)$,

则
$$\begin{cases} 3=\frac{-2+m}{2}, \\ 1=\frac{1+n}{2}, \end{cases}$$
解得 $\begin{cases} m=8, \\ n=1, \end{cases}$ 所以 $C(8,1)$,

因此 BC 边所在直线的方程为 $\frac{y-3}{1-3}=\frac{x-4}{8-4}$,即 $x+2y-10=0$.

19.解:(1)若直线 l 在 y 轴上的截距是在 x 轴上的截距的3倍,则有以下两种情况:

①当直线 l 不过原点 $(0,0)$ 时,设直线 l 的方程为 $\frac{x}{n}+\frac{y}{3n}=1$,将 $(1,2)$ 代入可得 $n=\frac{5}{3}$,

所以直线 l 的方程为 $\frac{x}{5}+\frac{y}{5}=1$,即 $3x+y-5=0$;
②当直线 l 过原点 $(0,0)$ 时,满足条件,此时直线 l 的斜率 $k=\frac{2-0}{1-0}=2$,

所以直线 l 的方程为 $y-2=2(x-1)$,即 $2x-y=0$.
综上所述,直线 l 的方程为 $3x+y-5=0$ 或 $2x-y=0$.

(2)设直线 l 的方程为 $y-2=k(x-1)$ ($k\neq 0$),可得直线 l 交 x 轴于 $A\left(1-\frac{2}{k},0\right)$,交 y 轴于 $B(0,2-k)$,所以 $S_{\triangle OAB}=\frac{1}{2}\left[1-(\frac{2}{k})(2-k)\right]=\frac{1}{2}\left(4-k-\frac{4}{k}\right)\geq\frac{1}{2}\left[4+2\sqrt{(-k)\cdot\left(-\frac{4}{k}\right)}\right]=4$,

当且仅当 $-k=-\frac{4}{k}$,即 $k=-2$ 时,等号成立,可知 $\triangle OAB$ 面积的最小值为4,
此时直线 l 的方程为 $y-2=-2(x-1)$,即 $2x+y-4=0$.

数学人教A



扫码免费下载

习题讲解 ppt

第5期

第3~4版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.C 提示:根据题意,直线 $(a-\sqrt{3})\cdot x+y+2=0$ 的斜率为 $\sqrt{3}-a$,其倾斜角为 30° ,

所以 $\tan 30^\circ=\sqrt{3}-a=\frac{\sqrt{3}}{3}$,解得 $a=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.故选C.

2.B 提示:因为直线的方向向量为 $(-1,3)$,所以直线的斜率为 $\frac{3}{-1}=-3$,又直线过点 $P(1,1)$,

所以所求的直线方程为 $y-1=-3(x-1)$,即 $3x+y-4=0$.故选B.

3.C 提示:由题意知,直线 l 的斜率为 $\sqrt{3}$,则直线 l 的方程为 $y=\sqrt{3}x+1$.故选C.

4.A 提示:因为直线 l 过两点 $A(-2,0),B(0,1)$,所以直线 l 的方程为 $\frac{x}{-2}+\frac{y}{1}=1$,即 $x-2y+2=0$.故选A.

5.A 提示:当直线 $2x+ay-1=0$ 与直线 $(a+3)x+2y+2=0$ 平行时,则 $4-(a+3)a=0$,且 $2\times 2-(-1)(a+3)\neq 0$,整理得 $a^2+3a-4=0,a=-7$,解得 $a=-4$ 或 $a=1$.

故“ $a=-4$ 或 $a=1$ ”是“直线 $2x+ay-1=0$ 与 $(a+3)x+2y+2=0$ 平行的充要条件”.

进一步得到“ $a=-4$ ”是“直线 $2x+ay-1=0$ 与 $(a+3)x+2y+2=0$ 平行”的充分不必要条件.故选A.

6.C 提示:因为点 $A(1,-2)$ 和 $B(m,2)$ 的中点 $C\left(\frac{1+m}{2},0\right)$ 在直线 $x+2y-2=0$ 上,

所以 $\frac{1+m}{2}-2=0$,解得 $m=3$.故选C.

7.D 提示:因为 $A(2,8),C(6,0)$,所以 AC 边中点为 $D(4,4)$,

又 $B(-4,0)$,所以中线 BD 所在的直线方程为 $\frac{x+4}{4+4}=\frac{y-0}{4-0}$,即 $x-2y+4=0$.故选D.

8.C 提示:由直线 $(2m+1)x+(1-m)y-3(1+m)=0,m\in\left(-\frac{1}{2},1\right)$,可得 $A\left(\frac{3(1+m)}{2m+1},0\right),B\left(0,\frac{3(1+m)}{1-m}\right)$.

所以 $\triangle OAB$ 的面积 $S=\frac{1}{2}\times\frac{3(1+m)}{2m+1}\times\frac{3(1+m)}{1-m}=\frac{9}{2}\times\frac{1+2m+m^2}{-2m^2+m+1}$,令 $1+m=t\in\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$,

所以 $S=\frac{9}{2}\times\frac{t^2}{-2t^2+5t-2}=\frac{9}{2}\times\frac{1}{-2\left(\frac{1}{t}-\frac{5}{4}\right)^2+\frac{9}{8}}$,

所以当 $t=\frac{4}{5}$,即 $m=-\frac{1}{5}$ 时, S 取得最小值.故选C.

二、多项选择题

9.ABC 提示:当直线 l 经过原点时,斜率为 $k=\frac{2-0}{1-0}=2$,所求的直线方程为 $y=2x$,即 $2x-y=0$;

当直线 l 不过原点时,设所求的直线方程为 $x+y=k$,把点 $A(1,2)$ 代入可得 $1+2=k$,或 $1+2=k$,解得 $k=-1$,或 $k=3$,故所求的直线方程为 $x-y+1=0$,或 $x+y-3=0$.

综上,所求的直线方程为 $2x-y=0$,或 $x-y+1=0$,或 $x+y-3=0$.故选ABC.

10.ABD 提示:对于A,直线 l 的方程是 $Ax+By+C=0$,当 $C=0$,且 $A\cdot B\neq 0$ 时,直线 l 经过原点,故当 $A\cdot B\cdot C\neq 0$ 时,直线 l 不过原点,故A正确;

对于B,由于 $A\cdot B>0$,故 $k_1=\frac{A}{B}<0$,则直线 l 必过第四象限,故B正确;

$\frac{\sqrt{6^2+8^2}}{2}=5$,所以 $\triangle AOB$ 的外接圆的标准方程为 $(x-3)^2+(y-4)^2=25$.

17.解:(1)设直线 $l:2x+y-2=0$ 与圆 C 相交所得的弦为线段 AB ,因为圆心 $C(1,2)$,半径为2,

所以圆心 $C(1,2)$ 到直线 l 的距离 $d=\frac{|2+2-2|}{\sqrt{5}}=\frac{2}{\sqrt{5}}$,

由题意知, $\left(\frac{|AB|}{2}\right)^2+d^2=2^2$,解得 $|AB|=\frac{8\sqrt{5}}{5}$,则直线 l 与圆 C 相交所得的弦长为 $\frac{8\sqrt{5}}{5}$.

(2)设圆 C 关于直线 l 对称的圆为圆 M ,由题意知,圆心 M 和圆心 $C(1,2)$ 关于直线 $l:2x+y-2=0$ 对称,且圆 C 和圆 M 的半径相等,都等于2.

设圆心 $M(m,n)$,则
$$\begin{cases} \frac{n-2}{m-1}\cdot(-2)=-1, \\ 2\cdot\frac{m+1}{2}+\frac{n+2}{2}-2=0, \end{cases}$$

解得
$$\begin{cases} m=-\frac{3}{5}, \\ n=\frac{6}{5}, \end{cases}$$
则 $M\left(-\frac{3}{5},\frac{6}{5}\right)$.

故所求的圆的方程为 $\left(x+\frac{3}{5}\right)^2+\left(y-\frac{6}{5}\right)^2=4$.

18.解:(1)设圆 C_2 的方程为 $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$,圆心坐标 $\left(-\frac{D}{2},-\frac{E}{2}\right)$,

依题意有
$$\begin{cases} \frac{D}{-2}=-\frac{E}{2}, \\ 1-E+F=0, \\ 1+4-D-2E+F=0, \end{cases}$$
解得
$$\begin{cases} D=2, \\ E=2, \\ F=1, \end{cases}$$

所以圆 C_2 的方程为 $x^2+y^2+2x+2y+1=0$.

(2)由圆 $C_1:x^2+y^2+4x+1=0$,圆 $C_2:x^2+y^2+2x+2y+1=0$,两圆的方程相减,得公共弦所在直线的方程为 $x-y=0$.

圆 $C_1:(x+2)^2+y^2=3$,圆心 $C_1(-2,0)$,半径 $r=\sqrt{3}$,圆 $C_2:(x+1)^2+(y+1)^2=1$,圆心 $C_2(-1,-1)$,

则两圆连心线所在直线的方程为 $\frac{y-0}{-1-0}=\frac{x+2}{-1+2}$,即 $x+y+2=0$.

过两圆的交点的圆中面积最小的圆也就是以公共弦为直径的圆,

由 $\begin{cases} x-y=0, \\ x+y+2=0, \end{cases}$ 得所求圆的圆心为 $(-1,-1)$,又圆心 $C_1(-2,0)$ 到公共弦所在直线 $x-y=0$ 的距离为 $d=\frac{|-2-0|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$,

所以所求圆的半径 $r=\sqrt{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2}=1$,所以所求圆的方程为 $(x+1)^2+(y+1)^2=1$.

19.解:(1)选条件①,由 $\begin{cases} x+4y-4=0, \\ x-2y-4=0, \end{cases}$ 可得 $\begin{cases} x=4, \\ y=0, \end{cases}$ 所以 $C(4,0)$,

设圆 E 的方程为 $x^2+y^2+Dx+My+F=0$ ($D^2+M^2-4F>0$),由题意可得,
$$\begin{cases} F=0, \\ 8+2D+2M+F=0, \\ 16+4D+F=0, \end{cases}$$
解得
$$\begin{cases} D=-4, \\ M=0, \\ F=0, \end{cases}$$

则圆 E 的方程为 $x^2+y^2-4x=0$,即 $(x-2)^2+y^2=4$.选条件②,直线 $mx-y-2m=0$ 恒过点 $(2,0)$,而圆 E 恒被直线 $mx-y-2m=0$ ($m\in\mathbf{R}$)平分,

所以 $mx-y-2m=0$ 恒过圆心,所以圆心为 $(2,0)$,可设圆 E 的标准方程为 $(x-2)^2+y^2=r^2$,由圆 E 经过点 $A(0,0)$,得 $r^2=4$,则圆 E 的方程为 $(x-2)^2+y^2=4$.

选条件③,设圆 E 的方程为 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ ($r>0$),由 $|a|=r$,由题意可得
$$\begin{cases} a^2+b^2=r^2, \\ (2-a)^2+(2-b)^2=r^2, \end{cases}$$
解得
$$\begin{cases} a=2, \\ b=0, \\ r=2, \end{cases}$$

则圆 E 的方程为 $(x-2)^2+y^2=4$.

(2)因为 $(4-2)^2+3^2=13>4$,所以点 P 在圆 E 外.

若切线斜率存在,设切线的斜率为 k ,则切线方程为 $y-3=k(x-4)$,即 $kx-y-4k+3=0$.

由圆 E 的方程为 $(x-2)^2+y^2=4$ 可得圆心 $E(2,0)$,半径为2,

所以圆心到切线的距离 $d=\frac{|2k-4k+3|}{\sqrt{k^2+1}}=\frac{|-2k+3|}{\sqrt{k^2+1}}=2$,

解得 $k=\frac{5}{12}$,所以所求的切线方程为 $5x-12y+16=0$;

若切线斜率不存在,则切线方程为 $x=4$.圆心 $E(2,0)$ 到直线 $x=4$ 的距离为2,满足题意.

综上所述,过点 $P(4,3)$ 的圆 E 的切线方程为 $x=4$ 或 $5x-12y+16=0$.

所以圆 O_1 与圆 O_2 公共弦 AB 所在的直线方程为 $x-y=0$,故A正确;

因为 $O_1(1,0),O_2(-1,2),O_1O_2$ 所在直线斜率为 -1 ,所以线段 AB 的垂直平分线的方程为 $y-0=-(x-1)$,即 $x+y-1=0$,故B正确;

圆 $O_1:x^2+y^2-2x=0$ 的圆心为 $O_1(1,0)$,半径 $r_1=1$,

圆心 $O_1(1,0)$ 到直线 $x-y=0$ 的距离 $d=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$,所以

P 到直线 AB 距离的最大值为 $\frac{\sqrt{2}}{2}+1$,圆 O_1 与圆 O_2 公共弦

AB 的长为 $2\sqrt{1-\frac{1}{2}}=\sqrt{2}$,故C错误,D正确.故选ABD.

11.AC 提示:由 $y-1=k(x-2)$,可得 $kx-y+1-2k=0$,圆 $C:(x-1)^2+(y+2)^2=1$ 的圆心 $C(1,-2)$,半径 $r=1,S_{\triangle QMC}=\frac{1}{2}|QM|\cdot|CM|=\frac{1}{2}|QM|$,又因为 $|QM|=\sqrt{|CQ|^2-1}$,

所以当 $|CQ|$ 取得最小值时, $|QM|$ 取得最小值,此时 $CQ\perp l$,可得 $|QM|=2\sqrt{2},|CQ|=3$,所以 $|CQ|=\frac{|k-2k+3|}{\sqrt{k^2+1}}=3$,整理得 $4k^2+3k=0$,解得 $k=-\frac{3}{4}$ 或 $k=0$,故A正确,B错误;

当 $k=-\frac{3}{4}$ 时,直线 l 的方程为 $3x+4y-10=0$,则直线 l 上的动点 E 与圆 C 上的动点 F 的距离 $|EF|$ 最小值为 $\frac{|3+4\times(-2)-10|}{\sqrt{3^2+4^2}}=1=2$,

直线 l 上的动点 E 与圆 C 上的动点 F 的距离 $|EF|$ 没有最大值;

当 $k=0$ 时,直线 l 的方程为 $y=1$,则直线 l 上的动点 E 与圆 C 上的动点 F 的距离 $|EF|$ 最小值为 $1-(-2)-1=2$,直线 l 上的动点 E 与圆 C 上的动点 F 的距离 $|EF|$ 没有最大值,故C正确,D错误.故选AC.

三、填空题

12. $-\frac{2}{3}$ 提示:因为直线 $l_1:ax+2y+1=0$ 与 $l_2:x+(a+1)\cdot y+1=0$ 互相垂直,所以 $a+2(a+1)=0$,解得 $a=-\frac{2}{3}$.

13. $(x+7)^2+(y+1)^2=1$ 提示: $x^2+y^2-2x-6y+9=0$,化成标准方程为 $(x-1)^2+(y-3)^2=1$,圆心为 $(1,3)$,半径为 $r=1$.设对称圆的方程为 $(x-a)^2+(y-b)^2=1$,圆心为 (a,b) ,半径为1,

因为对称圆与圆 $x^2+y^2-2x-6y+9=0$ 关于直线 $2x+y+5=0$ 对称,即对称圆的圆心 (a,b) 与圆心 $(1,3)$ 关于直线 $2x+y+5=0$ 对称,则 $\frac{b-3}{a-1}=\frac{1}{2}$,化简得 $a-2b+5=0$,①

$2\times\frac{a+1}{2}+\frac{b+3}{2}+5=0$,化简得 $2a+b+15=0$,②

联立①②,得 $a=-7,b=-1$,所以对称圆的方程是 $(x+7)^2+(y+1)^2=1$.

14. $\frac{17}{4}$ 提示:圆 $M:(x-3)^2+y^2=\frac{1}{16}$ 的圆心为 $M(3,0)$,半径 $r=\frac{1}{4}$,圆 $N:(x-4)^2+y^2=\frac{1}{4}$ 的圆心为 $N(4,0)$,半径 $R=\frac{1}{2}$.

设 $M(3,0)$ 关于直线 $y=x$ 的对称点为 $M'(0,3)$,则圆 M 关于 $y=x$ 对称的圆 M' 的方程为 $x^2+(y-3)^2=\frac{1}{16}$.

若要使 $|PB|+|PA|$ 的值最小,则 P,A',B (其中 A' 为 A 关于直线 $y=x$ 的对称圆 M' 上的点)三点共线,且该直线过 N,M' 两点,所以 $|PB|+|PA|$ 的最小值为 $|A'B|+|M'N|=\frac{3}{4}=\frac{17}{4}$.

四、解答题
15.解:(1)由菱形的性质,可知 $BC\parallel AD$,则 $k_{AB}=k_{BC}=\frac{-1+5}{4-6}=-2$,故 BC 边所在直线的方程为 $y+5=-2(x-6)$,即 $2x+y-7=0$;

AD 边所在直线的方程为 $y-7=-2(x+4)$,即 $2x+y+1=0$.

(2)线段 AC 的中点为 $E(1,1),k_{AC}=\frac{7+5}{-4-6}=-\frac{6}{5}$.由菱形的几何性质,可知 $BD\perp AC$ 且 E 为 BD 的中点,则 $k_{BD}=-\frac{1}{k_{AC}}=\frac{5}{6}$.

所以对角线 BD 所在直线的方程为 $y-1=\frac{5}{6}(x-1)$,即 $5x-6y+1=0$.

16.解:(1)由 $A(6,0),M(3,4)$,得直线 AM 的斜率 $k_{AM}=\frac{4-0}{3-6}=-\frac{4}{3}$,

所以直线 AM 的方程为 $y=-\frac{4}{3}(x-6)$.因为直线 AM 与 y 轴交于点 B ,令 $x=0$,得 $y=8$,所以点 B 的坐标为 $(0,8)$.

(2)由题意知,点 $O(0,0),A(6,0),B(0,8)$,由 $OA\perp OB$,可得 $\triangle AOB$ 的外接圆是以线段 AB 为直径的圆.又 AB 中点为 $(3,4)$,即 M 点,

所以外接圆的圆心为 $M(3,4)$,半径为 $r=\frac{1}{2}|AB|$

一、单项选择题

- 1.A 提示:由 $\begin{cases} x-2y+3=0, \\ 2x-y+3=0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=-1, \\ y=1, \end{cases}$ 故两直线的交点坐标为 $(-1,1)$,故选A.
- 2.B 提示:原方程可化为 $(2x-y-1)k+(x+2y-8)=0$,由直线恒过定点可知, $\begin{cases} 2x-y-1=0, \\ x+2y-8=0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=2, \\ y=3, \end{cases}$ 所以直线恒过定点 $(2,3)$,故选B.
- 3.A 提示:由题意知, $l_1:x+2y-2=0, l_2:ax+6y-9=0$,因为两直线平行,所以 $\frac{a}{1}=\frac{6}{-2} \neq -\frac{9}{-2}$,解得 $a=3$,即直线 l_2 的方程为 $x+2y-3=0$,

所以两条直线间的距离为 $\frac{|-2+3|}{\sqrt{1^2+2^2}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$.故选A.

4.D 提示:因为点 $(2,k)$ 到直线 $5x-12y+6=0$ 的距离是4,所以 $\frac{|5\times 2-12k+6|}{\sqrt{5^2+(-12)^2}}=4$,解得 $k=-3$ 或 $k=\frac{17}{3}$.故选D.

5.A 提示:由题意可得 $k_{AB}=1$,则直线 AB 的方程为 $y=x$,又直线 l 的方程为 $y=x+2$,则 $k_l=1$,所以直线 $l\parallel$ 直线 AB ,所以两直线的距离为 $d=\frac{|2|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\sqrt{2}, |AB|=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$,

所以 $\triangle ABC$ 的面积为 $S=\frac{1}{2}d\cdot|AB|=\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}=1$.故选A.

6.C 提示:因为三条直线 $l_1:x-2y+2=0, l_2:x-2=0, l_3:ax+ky=0$ 将平面分为六个部分,

所以三条直线交于一点或两条平行线与第三条直线相交.

当三条直线交于一点时,联立 $\begin{cases} x-2y+2=0, \\ x-2=0, \end{cases}$ 解得 $x=y=2$,此时 $2+2k=0$,即 $k=-1$;

当两条平行线与第三条直线相交时,可得 $l_1\parallel l_3$ 或 $l_2\parallel l_3$,所以 $k=-2$ 或 $k=0$.故选C.

7.C 提示:点 $A(4,1)$ 到直线 l 的距离为 $d_1=\frac{|4k+1-3k-4|}{\sqrt{k^2+1}}=\frac{|k-3|}{\sqrt{k^2+1}}$,点 $B(6,15)$ 到直线 l 的距离为 $d_2=\frac{|6k+15-3k-4|}{\sqrt{k^2+1}}$

$\frac{|3k+11|}{\sqrt{k^2+1}}$,而 $d_2=2d_1$,所以 $\frac{|k-3|}{|3k+11|}=\frac{1}{2}$,可得 $k^2+18k+17=0$,解得 $k=-1$ 或 $k=-17$,所以直线 l 的方程为 $x-y+1=0$ 或 $17x-y-47=0$.故选C.

8.A 提示:直线 l_1 的方程可变形为 $x+y-2+m(y-2)=0$,由 $\begin{cases} y-2=0, \\ x+y-2=0, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x=0, \\ y=2, \end{cases}$ 即点 $A(0,2)$;直线 l_2 的方程

可变形为 $x-y-2+m(x-2)=0$,由 $\begin{cases} x-y-2=0, \\ x-2=0, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x=2, \\ y=0, \end{cases}$ 即点 $B(2,0)$.

因为两条直线满足 $1\times(m+1)+(m+1)\times(-1)=0$,所以 $l_1\perp l_2$,即 $PA\perp PB, |PA|^2+|PB|^2=|AB|^2=8, |PA|+|PB|\leq\sqrt{2}(|PA|^2+|PB|^2)=4$,当 $|PA|=|PB|$ 时,等号成立,所以 $|PA|+|PB|$ 的最大值为4.故选A.

二、多项选择题

9.BC 提示:由 $\begin{cases} kx-y+2-3k=0, \\ 2x+y+1=0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=\frac{3k-3}{k+2}, \\ y=\frac{-7k+4}{k+2}, \end{cases}$

因为直线 l_1 与直线 l_2 的交点在第三象限,所以 $\begin{cases} \frac{3k-3}{k+2}<0, \\ \frac{-7k+4}{k+2}<0, \end{cases}$ 解得 $\frac{4}{7}<k<1$,故实数 k 的值可能为 $\frac{4}{5}$ 和 $\frac{6}{7}$.故选BC.

10.AC 提示:当直线 l 的斜率不存在时,直线 l 的方程为 $x=2$,此时点 A 到直线 l 的距离为5,点 B 到直线 l 的距离为3,显然不满足题意;

当直线 l 的斜率存在时,设直线 l 的方程为 $y-3=k(x-2)$,即 $kx-y+3-2k=0$,由已知得 $\frac{|-3k-2+3-2k|}{\sqrt{k^2+1}}=\frac{|5k+4+3-2k|}{\sqrt{k^2+1}}$,所以 $k=4$

或 $k=-\frac{3}{4}$,所以直线 l 的方程为 $4x-y-5=0$ 或 $3x+4y-18=0$.故选AC.

11.ABD 提示:对于A,C,因为菱形四条边都相等,所以每边上的高也相等,且菱形对边平行,

直线 $x+y+2=0$ 和 $x+y+4=0$ 间的距离为 $h=\frac{|2-4|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{2}{\sqrt{2}}$, $3x-4y+c_1=0$ 和 $3x-4y+c_2=0$ 之间的距离为 $\frac{|c_1-c_2|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=\frac{|c_1-c_2|}{5}$,所以 $\frac{|c_1-c_2|}{5}=\sqrt{2}$,解得 $|c_1-c_2|=5\sqrt{2}$,故A正确,C错误;

对于B,设与 l_1, l_2 距离相等的点为 $M(x,y)$,则 $\frac{|x+y+2|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{|x+y+4|}{\sqrt{1^2+1^2}}$,所以 $x+y+2=-(x+y+4)$,即 $x+y+3=0$,所以所求点的轨迹方程为 $x+y+3=0$,故B正确;

对于D,设直线 l_1 与直线 l_3 的交点为 P ,联立 $\begin{cases} x+y+2=0, \\ 3x-4y+c_1=0, \end{cases}$ 可得 $x=-\frac{8+c_1}{7}, y=\frac{c_1-6}{7}$,即 $P\left(-\frac{8+c_1}{7}, \frac{c_1-6}{7}\right)$.

同理可得直线 l_1 与 l_4 的交点 $Q\left(-\frac{8+c_2}{7}, \frac{c_2-6}{7}\right)$,可得 $|PQ|=\sqrt{\left(-\frac{8+c_1}{7}-\frac{8+c_2}{7}\right)^2+\left(\frac{c_1-6}{7}-\frac{c_2-6}{7}\right)^2}=\sqrt{2}\times\frac{5\sqrt{2}}{7}=\frac{10}{7}$,

所以该菱形的面积为 $|PQ|h=\frac{10}{7}\times\sqrt{2}=\frac{10\sqrt{2}}{7}$,故D正确.

故选ABD.

三、填空题

12. $\frac{1}{8}$ 提示:直线 $6x-2\sqrt{7}y+3=0$ 可化为 $3x-\sqrt{7}y+\frac{3}{2}=0$,所以两平行线间的距离 $d=\frac{\left|2-\frac{3}{2}\right|}{\sqrt{3^2+(-\sqrt{7})^2}}=\frac{1}{8}$.

13. $(1,4);-\frac{1}{2}$ 或 $\frac{1}{3}$ 或 -1 (任选其一)

提示:由 $\begin{cases} 3x-y+1=0, \\ x+y-5=0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=1, \\ y=4, \end{cases}$ 可知直线 l_1 与 l_2 的交点坐标为 $(1,4)$.

若直线 l_1, l_2, l_3 不能围成三角形,则有以下三种情况:

①三条直线交于同一点,此时直线 l_3 经过 l_1 与 l_2 的交点 $(1,4)$,可得 $1-4a-3=0$,解得 $a=-\frac{1}{2}$;

② $l_1\parallel l_3$,此时 l_3 与 l_1 的斜率相等,即 $\frac{1}{a}=3$,解得 $a=\frac{1}{3}$;

③ $l_2\parallel l_3$,此时 l_3 与 l_2 的斜率相等,即 $\frac{1}{a}=-1$,解得 $a=-1$.

综上所述,实数 a 的值为 $-\frac{1}{2}$ 或 $\frac{1}{3}$ 或 -1 .

14.3 提示:因为 $A(0,1), B(2,1)$,可得线段 OB 的方程为 $y=\frac{1}{2}x, x\in[0,2]$.

设 $M(2a,a), a\in[0,1]$,由题意可得 $E(2,a)$,所以线段 OE 的方程为 $y=\frac{a}{2}x, x\in[0,2]$.

令 $x=2a$,可得 $y_p=a^2$,即 $P(2a,a^2)$,所以 $|AP|=\sqrt{(2a)^2+(a^2-1)^2}=\sqrt{a^4+2a^2+1}=1+a^2, a\in[0,1]$,所以 $|AP|$ 的最大值为2,最小值为1,所以最大值与最小值的和为 $2+1=3$.

四、解答题

15.解:(1)当 l_1, l_2 平行时,则 $-1=-\frac{2}{m}$,解得 $m=2$,此时 $l_2:x+y+6=0$,则 l_1, l_2 之间的距离 $d=\frac{|6-1|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

(2)设直线 l 与直线 l_1, l_2 分别交于点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$,则 $\begin{cases} x_1+y_1+1=0, \\ x_2+y_2+6=0, \end{cases}$ 两式相减得 $(x_1-x_2)+(y_1-y_2)=5$,而 $|AB|=5$,

即 $(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2=25$,解得 $x_1-x_2=0$ 或 $y_1-y_2=0$,由 $x_1-x_2=0$,即 $x_1=x_2, l\perp x$ 轴,得直线 l 方程为 $x=3$,经验证,符合题意;

由 $y_1-y_2=0$,即 $y_1=y_2, l\perp y$ 轴,得直线 l 方程为 $y=1$,经验证,符合题意.

所以直线 l 的方程为 $x=3$ 或 $y=1$.

16.解:(1)等腰 $\triangle ABC$ 的一个顶点 C 在直线 $l:2x-y+$

$4=0$ 上,底边 AB 的两端点坐标分别为 $A(-1,3), B(2,0)$,所以线段 AB 的中点为 $H\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$,因为 $k_{AB}=\frac{3-0}{-1-2}=-1$,

所以边 AB 上的高 CH 所在直线的斜率 $k=1$,所以边 AB 上的高 CH 所在直线方程为 $y-\frac{3}{2}=x-\frac{1}{2}$,即 $x-y+1=0$.

(2)联立 $\begin{cases} x-y+1=0, \\ 2x-y+4=0, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x=-3, \\ y=-2, \end{cases}$ 所以 $C(-3,-2)$,直线 AB 的方程为 $\frac{y}{x-2}=\frac{3}{-1-2}$,整理得 $x+y-2=0$,所以点 C 到直线 AB 的距离为 $d=\frac{|-3-2-2|}{\sqrt{1+1}}=\frac{7\sqrt{2}}{2}$.

17.解:(1)直线 l_1 的方程为 $2x+2y-5=0$,故它的斜率为 -1 ,

若直线 l_2 在 y 轴上的截距为 $\frac{1}{2}$,且 $l_1\perp l_2$,则直线 l_2 的斜率为1,故直线 l_2 的方程为 $y=x+\frac{1}{2}$.

由 $\begin{cases} 2x+2y-5=0, \\ y=x+\frac{1}{2}, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x=1, \\ y=\frac{3}{2}, \end{cases}$ 所以直线 l_1 和 l_2 的交点坐标为 $\left(1, \frac{3}{2}\right)$.

(2)由题意知,直线 l_3 的斜率存在,设为 k ,则直线 l_3 的方程为 $y-\frac{3}{2}=k(x-1), k\neq 0$,

它与两坐标轴的交点为 $\left(0, \frac{3}{2}-k\right), \left(1-\frac{3}{2k}, 0\right)$,根据直线 l_3 与两坐标轴的正半轴围成的三角形的面积为 $\frac{25}{8}=\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{3}{2}-k\right)\cdot\left(1-\frac{3}{2k}\right)$,化简得 $4k^2+13k+9=0$,

解得 $k=-1$ 或 $k=-\frac{9}{4}$,可得直线 l_3 的方程为 $y-\frac{3}{2}=-(x-1)$ 或 $y-\frac{3}{2}=-\frac{9}{4}(x-1)$,

即直线 l_3 的方程为 $x+y-\frac{5}{2}=0$ 或 $9x+4y-15=0$.

18.(1)证明:由直线 $l_1:ax+y+a+1=0$ 变形得 $a(x+y+1)=0$,

由 $\begin{cases} x+1=0, \\ y+1=0, \end{cases}$ 得 $x=-1, y=-1$,则直线 l_1 恒过定点 $(-1,-1)$.

(2)解:因为 l_1, l_2 不重合,且垂直于同一条直线,所以 $l_1\parallel l_2$,

所以有 $\begin{cases} a(a-1)=2\times 1, \\ a\times 3\neq 2(a+1), \end{cases}$ 解得 $a=-1$.

所以 $l_1:-x+y=0$,即 $x-y=0, l_2:2x-2y+3=0$,即 $x-y+\frac{3}{2}=0$,所以 $|AB|=\frac{\left|0-\frac{3}{2}\right|}{\sqrt{1+1}}=\frac{3\sqrt{2}}{4}$.

(3)解:选条件①:直线 l 过坐标原点.由直线 $l_2:2x-y+3=0$,可得直线 l_2 的斜率为2,则直线 l 的斜率为 $-\frac{1}{2}$,故直线 l 的方程为 $y=-\frac{1}{2}x$.

选条件②:坐标原点到直线 l 的距离为1.当 $a=0$ 时,直线 l_2 为 $2x-y+3=0$,所以直线 l_2 的斜率为2,直线 l 的斜率为 $-\frac{1}{2}$,设直线 l 的方程为 $y=-\frac{1}{2}x+b$,即 $x+2y-2b=0$,则 $d=\frac{|-2b|}{\sqrt{5}}=1$,解得 $b=\pm\frac{\sqrt{5}}{2}$,不唯一,不满足题意.

选择条件③:直线 l 与 l_1 交点的横坐标为2.当 $a=0$ 时, $l_1:y+1=0$,故 l 与 l_1 的交点为 $(2,-1)$.当 $a=0$ 时,直线 l_2 的方程为 $2x-y+3=0$,因为 l 与 l_2 垂直,所以直线 l 的斜率为 $-\frac{1}{2}$,故直线 l 的方程为 $y+1=-\frac{1}{2}(x-2)$,即 $y=-\frac{1}{2}x$.

综上所述,选择条件①或③,可得直线方程为 $y=-\frac{1}{2}x$.

19.解:(1)由直线 $l_1:3x-4y+12=0$,直线 $l_2:2x+3=0$,根据点到直线的有向距离公式得,

$d(O, l_1)=\frac{|-4\times|0+0+12||}{-4\times\sqrt{3^2+(-4)^2}}=-\frac{12}{5}, d(O, l_2)=\frac{2\times 0+3}{2}=\frac{3}{2}$,即 $d(O, l_1)=-\frac{12}{5}, d(O, l_2)=\frac{3}{2}$.

(2)当直线 l_3 的斜率不存在时,直线 l_3 的方程为 $x-2=0$,此时 $d(B, l_3)=\frac{|1\times 3-2}{1}=1\neq 2$,舍去;

当直线 l_3 的斜率存在时,设直线 l_3 的方程为 $y-1=k(x-2)$,化为 $-kx+y-1+2k=0$,

假设 $d(B, l_3)=\frac{|1||-3k-1-1+2k|}{1\times\sqrt{k^2+1}}=2$,则 $3k^2-4k=0$,解得 $k=0$ 或 $k=\frac{4}{3}$.

所以存在直线 l_3 的方程为 $y-1=0$ 或 $4x-3y-5=0$.

第7期

第3~4版同步周测参考答案

一、单项选择题

- 1.B 提示:将圆 $O:x^2+y^2-4x+6y+5=0$ 化成标准方程为 $(x-2)^2+(y+3)^2=8$,所以圆心 $O(2,-3)$,半径 $r=2\sqrt{2}$.故选B.
- 2.B 提示:根据题意设所求圆的方程为 $(x-1)^2+(y+2)^2=r^2(r>0)$,代入点 $(-2,2)$,得 $r^2=25$,所以所求圆的方程为 $(x-1)^2+(y+2)^2=25$.故选B.
- 3.A 提示:圆 $x^2+y^2=1$ 圆心 $(0,0)$,半径为1;圆 $(x+a)^2+y^2=4$ 圆心 $(-a,0)$,半径为2.
- 当两圆相切时,有内切和外切两种,圆心距为 $|a|$.
- ①当两圆外切时, $|a|=1+2=3$,即 $a=\pm 3$;
- ②当两圆内切时, $|a|=2-1=1$,即 $a=\pm 1$.
- 则根据充分条件和必要条件的判定原则,可知“ $a=\pm 3$ ”是“圆 $x^2+y^2=1$ 与圆 $(x+a)^2+y^2=4$ 相切”的充分不必要条件.故选A.
- 4.D 提示:设圆 C 的方程为 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2(a<0, b>0)$,

则 $\begin{cases} |a|=|b|=r, \\ |a+b-2|=r, \end{cases}$ 即 $\begin{cases} b=-a=r, \\ \frac{2}{\sqrt{2}}=r, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} b=-a=\sqrt{2}, \\ r=\sqrt{2}, \end{cases}$

所以圆 C 的方程为 $(x+\sqrt{2})^2+(y-\sqrt{2})^2=2$.故选D.

5.C 提示:圆 $C_1:x^2+y^2=4$,圆心 $C_1(0,0)$,半径 $r_1=2$,圆 $C_2:x^2+y^2-8x+4y+16=0$,圆心 $C_2(4,-2)$,半径 $r_2=2$.由题意知, l 是圆 C_1 和圆 C_2 圆心连线的垂直平分线,因为 $C_1(0,0), C_2(4,-2), C_1C_2$ 的中点为 $(2,-1)$,圆心 C_1C_2 连线的斜率为 $k_{C_1C_2}=-\frac{1}{2}$,则直线 l 的斜率为2,

故直线 l 的方程为 $y+1=2(x-2)$,即 $2x-y-5=0$.故选C.

6.B 提示:圆心 $C(5,2)$,半径 $r=4$,直线 $l:2x-y-4=0$,则圆心 C 到直线 l 的距离 $d=\frac{|2\times 5-2-4|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\frac{4}{5}$,则所求的弦长为 $2\sqrt{r^2-d^2}=2\sqrt{16-\frac{16}{5}}=2\times\frac{8\sqrt{5}}{5}=\frac{16\sqrt{5}}{5}$.故选B.

7.B 提示:圆 $D:x^2+y^2+2x-1=0$,化成标准方程为 $(x+1)^2+y^2=2$,所以圆心为 $D(-1,0)$,半径 $r=\sqrt{2}$,圆心 D 到直线 l 的距离 $d=\frac{|-1+0-2|}{\sqrt{1+3}}=\frac{3}{2}$,因此圆 D 上的动点 P 到直线 l 距离的最大值为 $\frac{3}{2}+r=\frac{3}{2}+\sqrt{2}$,

结合 $|AB|=1$,可知 $\triangle PAB$ 面积的最大值为 $\frac{1}{2}\times\left(\frac{3}{2}+\sqrt{2}\right)\times 1=\frac{3}{4}+\frac{\sqrt{2}}{2}$.故选B.

8.A 提示:由题意得,直线 $AM:y=k_x+3$,与圆 C 方程联立,得 $(k_1^2+1)x^2+2k_1x=0$,可求出点 $M\left(\frac{-2k_1}{k_1^2+1}, \frac{k_1^2+3}{k_1^2+1}\right)$.

同理,得点 $N\left(\frac{2k_2}{k_2^2+1}, \frac{3k_2^2+1}{k_2^2+1}\right)$.

因为 M, N 在直线 l 上,且 l 过原点,所以 $\frac{k_1^2+3}{-2k_1}=\frac{3k_2^2+1}{2k_2}$,化简得 $(k_1+3k_2)(k_1k_2+1)=0$,显然 $k_1k_2\neq -1$,否则点 P 在圆 C 上, M, N 两点重合,与题意矛盾,所以 $k_1+3k_2=0$.

再联立直线 $AM:y=k_1x+3$ 与直线 $BN:y=k_2x+1$,则点 $P\left(\frac{2}{k_2-k_1}, \frac{3k_2-k_1}{k_2-k_1}\right)$,所以 $k_3=\frac{3k_2-k_1}{2}=-k_1$,则 $k_3-k_1=-2k_1=6k_2$,即 $k_1+6k_2=k_3$,故A正确,B,D错误;

因为 $k_3-2k_1=-3k_1=9k_2$,即 $2k_1+9k_2=k_3$,故C错误.故选A.

二、多项选择题

9.AC 提示:只需验证原点 $(0,0)$ 是否在圆内即可.

对于A, $x^2+y^2-2x-3=0, 0^2+0^2-0-3<0$,圆经过四个象限,故A正确;对于B, $x^2+y^2-4y+3=0, 0^2+0^2-0+3=3>0$,圆不经过四个象限,故B错误;

对于C, $x^2+y^2-4x+2y-1=0, 0^2+0^2-0+0-1=-1<0$,圆经过四个象限,故C正确;

对于D, $x^2+y^2+6x+4y=0, 0^2+0^2+0+0=0$,圆经过原点,不过四个象限,故D错误.故选AC.

10.ACD 提示:直线 $l:x+my-m+3=0$,整理得 $(y-1)\cdot m+x+3=0$,可知直线 l 恒过定点 $(-3,1)$,故A正确;

由于 $(-3-1)^2+(1-2)^2=17>5$,即定点 $(-3,1)$ 在圆 C 外,则直线 l 与圆 C 不一定相交,故B错误;若直线 l 平分圆 C ,则直线 l 过圆心 $(1,2)$,可得 $1+2m-m+3=0$,解得 $m=-4$,故C正确;

当圆心 C 到直线 l 距离最大时, $C(1,2)$ 与定点 $(-3,1)$ 的连线与直线 l 垂直,则 $\frac{2-1}{1+3}\cdot\left(-\frac{1}{m}\right)=-1$,解得 $m=\frac{1}{4}$,故D正确.故选ACD.

11.AD 提示:根据题意,可得圆 $O:x^2+y^2=1$ 的圆心为 $O(0,0)$,半径 $r=1$,圆 $C:(x-a)^2+(y-1)^2=4$ 的圆心为 $C(a,1)$,半径 $R=2$.

对于A,因为两圆的圆心距 $d=|OC|=\sqrt{a^2+1}\geq 1$,所以A正确;

对于B,两圆内切时,圆心距 $d=|OC|=R-r=1$,即 $\sqrt{a^2+1}=1$,解得 $a=0$,

两圆外切时,圆心距 $d=|OC|=R+r=3$,即 $\sqrt{a^2+1}=3$,解得 $a=\pm 2\sqrt{2}$,故B错误;

对于C,若圆 O 与圆 C 恰有两条公切线,则两圆相交, $d=|OC|\in(R-r, R+r)$,即 $\sqrt{a^2+1}\in(1, 3)$,可得 $1<\sqrt{a^2+1}<3$,解得 $-2\sqrt{2}<a<2\sqrt{2}$ 且 $a\neq 0$,故C错误;

对于D,若圆 O 与圆 C 相交,则当圆 $O:x^2+y^2=1$ 的圆心 O 在公共弦上时,公共弦长等于 $2r=2$,达到最大值,故D正确.

故选AD.

三、填空题

12. $(x-1)^2+(y-1)^2=2$ (答案不唯一)

提示:设圆的圆心为 (a,b) ,半径为 r ,则 $\begin{cases} a^2+b^2=r^2, \\ (2-a)^2+(2-b)^2=r^2, \end{cases}$ 化简得 $a+b=2$.

若 $a=1, b=1$,则 $r^2=2$,所以过一个点 $(0,0), (2,2)$ 的圆的标准方程为 $(x-1)^2+(y-1)^2=2$.

13. $\left[-\frac{3}{4}, \frac{3}{4}\right]$ 提示:已知圆为圆 $C:(x-5)^2+y^2=9$,点 $M(x,y)$ 在圆 C 上运动,令 $k=\frac{y}{x}$,则 $y=kx$,转换成求过点 $(0,0)$ 与圆有交点的所有直线的斜率的范围,

把 $y=kx$ 代入圆 $x^2+y^2-10x+16=0$,得 $x^2+k^2x^2-10x+16=0$,整理得 $(k^2+1)x^2-10x+16=0$,由 $\Delta=100-64(k^2+1)=0$,解得 $k=\pm\frac{3}{4}$,从而得到一条切线的斜率为 $-\frac{3}{4}$,另一条切线的斜率为 $\frac{3}{4}$,所以 $\frac{y}{x}$ 的取值范围是 $\left[-\frac{3}{4}, \frac{3}{4}\right]$.

14. $\frac{9}{4}$ 提示:由圆 $C_1:(x-a)^2+(y+2)^2=4$,可得圆心 $C_1(a,-2)$,半径为 $r_1=2$,圆 $C_2:(x+b)^2+(y+2)^2=1$,可得圆心 $C_2(-b,-2)$,半径为 $r_2=1$.

因为 C_1 与 C_2 有3条公切线,所以两圆外切,则 $\sqrt{(a+b)^2+(-2+2)^2}=2+1=3$,即 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2=9$,由基本不等式,可得 $9=a^2+2ab+b^2\geq 2ab+2ab=4ab$,解得 $ab\leq\frac{9}{4}$,当且仅当 $a=b=\frac{3}{2}$ 时,等号成立,所以 ab 的最大值为 $\frac{9}{4}$.

四、解答题