

高考版答案页第 1 期

选 AC.

11.AC 提示:当 $x=2$ 时,可以推出 $x^2-x-2=0$;反之,若 $x^2-x-2=0$,则 $x=-1$ 或 2 .所以“ $x=2$ ”是“ $x^2-x-2=0$ ”的充分不必要条件,故 A 正确;因为 $\sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$,所以 $-\sqrt{2}\leqslant\sin x+\cos x\leqslant\sqrt{2}$,所以命题“ $\exists x\in\mathbf{R},\sin x+\cos x=2$ ”是假命题,故 B 错误;命题“ $\forall x\in\mathbf{R},e^x\geqslant 0$ ”的否定是“ $\exists x\in\mathbf{R},$ $e^x<0$ ”,故 C 正确;若“ $\exists x\in\mathbf{R}$,使 $x^2+(a-1)x+\frac{1}{4}\leqslant 0$ ”是假命题,则不等式 $x^2+(a-1)x+\frac{1}{4}>0$ 在 \mathbf{R} 上恒成立,所以 $\Delta=(a-1)^2-$ $1<0$,即 $a^2-2a<0$,解得 $0<a<2$,故 D 错误.故选 AC.

三、填空题

12. $|x|0<x\leqslant 1$ 提示:因为集合 $M=\{x||x+1|\leqslant 2=\{x|$ $-3\leqslant x\leqslant 1\},N=\{x|2>1=|x|x>0\}$,所以 $M\cap N=\{x|0<x\leqslant 1\}$.13.2 提示:由题意,得 $z=\frac{1+3i}{2+i}=\frac{(1+3i)(2-i)}{5}=1+i$,则 $\bar{z}=$ $1-i$,所以 $z\cdot\bar{z}=(1+i)(1-i)=2$.14. $(6-2\sqrt{6},+\infty)$ 提示:因为“ $\exists x>0,4-2x-\frac{3}{x+1}\geqslant m$ ”是假命题,所以“ $\forall x>0,4-2x-\frac{3}{x+1}<m$ ”是真命题.因为 $x>0$, $2x+\frac{3}{x+1}=2\left(x+1\right)+\frac{3}{x+1}-2\geqslant 2\sqrt{2\left(x+1\right)\cdot\frac{3}{x+1}}-2=2\sqrt{6}-2$,当且仅当 $2\left(x+1\right)=\frac{3}{x+1}$,即 $x=\frac{\sqrt{6}-2}{2}$ 时,等号成立,所以 $y=4-2x-\frac{3}{x+1}\leqslant 4-(2\sqrt{6}-2)=6-2\sqrt{6}$,即 $\left(4-2x-\frac{3}{x+1}\right)_{\max}=6-$ $2\sqrt{6}$,所以 $m>6-2\sqrt{6}$,即 m 的取值范围是 $(6-2\sqrt{6},+\infty)$.

四、解答题

15.解:(1)因为集合 $A=\left\{x\left|\frac{2x-4}{x-1}\leqslant 1\right.=\{x|1< x\leqslant 3\}\right.$,则 $\complement_{\mathbf{R}}A=\{x|x\leqslant 1$ 或 $x>3\}$.(2)因为 $A\cap B=B$,所以 $B\subseteq A$.当 $B=\varnothing$ 时, $a>\frac{1}{2}a+2$,解得 $a>4$;当 $B\neq\varnothing$ 时, $\begin{cases} a\leqslant\frac{1}{2}a+2,\\ a>1, \end{cases}$ 解得 $1<a\leqslant 2$.综上,实数 a 的取值范围为 $(1,2]\cup(4,+\infty)$.16.解:(1)由 $z_1=a+2+(a-1)i,z_2=2+(3a+1)i$,则 $z_1-z_2=$ $a-(2a+2)i$,因为复数 z_1-z_2 在复平面内的对应点落在第二象限,所以 $\begin{cases} a<0,\\ -(2a+2)>0, \end{cases}$ 解得 $a<-1$,即实数 a 的取值范围为 $(-\infty,-1)$.(2)因为复数 $z_1=a+2+(a-1)i$ 是方程 $x^2-8x+m=0$ 的一个根,所以 $\bar{z}_1=a+2-(a-1)i$ 也是方程 $x^2-8x+m=0$ 的一个根,所以 $\begin{cases} a+2\mathbf{H}(a-1)+a+2-(a-1)=8,\\ (a+2)^2\mathbf{H}(a-1)^2=m, \end{cases}$ 解得 $a=2,m=17$.17.解:(1)集合 $B=\{x|\log_5(2x+1)<2\}=\{x|0<2x+1<9\}=$ $\left\{x\left|\frac{1}{2}<x<4\right.\right\}$,当 $a=\frac{1}{2}$ 时, $A=\left\{x\left|\frac{1}{2}\leqslant x\leqslant 4\right.\right\}=\{x|-1\leqslant x-1\leqslant 2\}=\{x|0\leqslant x\leqslant$ $3\}$,所以 $\complement_{\mathbf{R}}A=\{x|x<0$ 或 $x>3\}$,所以 $(\complement_{\mathbf{R}}A)\cap B=\left\{x\left|\frac{1}{2}<x<$

数学

第 1 期

第 2~3 版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.C 提示:由集合 $A=\{0,1,2,3\}$,
 $B=\{-1,0,1\}$,得集合 $C=A\cap B=\{0,1\}$,所以集合 C 的子集
个数为 $2^2=4$.故选 C.2.D 提示:因为命题 $p:\exists x\in\mathbf{N},\mathrm{e}x\leqslant\mathrm{e}^x$ 为存在量词命
题,存在量词命题的否定是全称量词命题,所以命题 p 的
否定为 $\forall x\in\mathbf{N},\mathrm{e}x>\mathrm{e}^x$.故选 D.3.D 提示:根据题意,得 $\frac{3+ai}{1-i}=\frac{(3+ai)(1+i)}{(1-i)(1+i)}=\frac{3-a}{2}+$ $\frac{3+ai}{2}\mathrm{i}$,因为 $\frac{3+ai}{1-i}=2+\mathrm{i}$,所以 $\frac{3-a}{2}=2$ 且 $\frac{3+a}{2}=1$,解得 $a=-1$,则 $z=2+ai=2-\mathrm{i}$,其在复平面对应的点为 $(2,-1)$,在第四象
限.故选 D.4.B 提示:因为 $A=\{y|y=\mathrm{e}^x+2,x\in\mathbf{R}\}=(2,+\infty),B=$ $\{x|y=\lg(x-1)\}=(1,+\infty)$,所以 $\complement_{\mathbf{U}}A=(-\infty,2]$,所以图中阴影
部分所表示的集合为 $(\complement_{\mathbf{U}}A)\cap B=(1,2]$.故选 B.5.D 提示:由 $f(x)=0$,得 $x=0$ 或 $ax^2-ax+b=0$,因为
 $f(x)$ 有 3 个零点,所以方程 $ax^2-ax+b=0$ 有两个不相等且不为 0 的实数根,则 $\begin{cases} a\neq 0,\\ b\neq 0, \end{cases}$ 解得 $a>0$,且 $a-4b>0,b\neq 0$ 或
 $a(a-4b)>0$, $a<0$,且 $a-4b<0,b\neq 0$.故选 D.6.D 提示:因为 $x^2-(4+2i)x+4+ai=0$ 有实数根 b ,所以 $b^2-(4+2i)b+4+ai=0$,即 $\begin{cases} (b-2)=0,\\ a-2b=0, \end{cases}$ 解得 $a=4,b=2$,则 $z=4+$ $2i$,所以 $|z|^2=|z|^2=20$.故选 D.7.B 提示:因为集合 $A=\{x|0<\log_2x<2\}=\{x|1<x<16\}$, $B=\{x|\mathrm{e}^{x-3}\leqslant 1\}=\{x|x\leqslant 3\}$,所以 $A\cup B=(-\infty,16),A\cap B=(1,3]$,则 $A\#B=\complement_{\mathbf{U}(A\cup B)}(A\cap B)=(-\infty,1]\cup(3,16)$.故选 B.8.D 提示: $A=\{x|4<x-2<8\}=\{x|6<x<10\}$,因为 $A\cup B=$
 A ,所以 $B\subseteq A$.当 $B=\varnothing$ 时,则 $2+a\geqslant 1+2a$,解得 $a\leqslant 1$;当 $B\neq\varnothing$ 时,由 $B\subseteq A$,得 $\begin{cases} 2+a<1+2a,\\ 2+a\geqslant 6, \end{cases}$ 解得 $4\leqslant a\leqslant\frac{9}{2}$.综上, a 的取值范围是 $(-\infty,1]\cup\left[4,\frac{9}{2}\right]$ 故选 D.

二、多项选择题

9.ACD 提示:因为集合 $U=\mathbf{R},A=\{x|2x^2-x\leqslant 0\}=\$ $\left\{x\left|0\leqslant x\leqslant\frac{1}{2}\right.\right\},B=\{y|y=x^2\}=\{y|y\geqslant 0\}$,所以 $A\cap B=\left[0,\frac{1}{2}\right]$,故 A 正确; $\complement_{\mathbf{U}}A=(-\infty,0)\cup\left(\frac{1}{2},+\infty\right),\complement_{\mathbf{U}}B=(-\infty,0)$,所以 $\complement_{\mathbf{U}}A\supseteq\complement_{\mathbf{U}}B$,故 B错误; $A\cup B=[0,+\infty)=B$,故 C 正确; $\complement_{\mathbf{U}}A=\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$,故 D 正确.
故选 ACD.10.AC 提示:设 $z=a+bi(a\in\mathbf{R},b\in\mathbf{R})$,对于 A,若 $z=\bar{z}=$
 0 ,则 $a+bi-(a-bi)=2bi=0$,即 $b=0$,则 z 为实数,故 A 正确;
对于 B,若 $z^2+\bar{z}^2=0$,则 $(a+bi)^2+(a-bi)^2=0$,化简得 $2a^2-2b^2=$
 0 ,可得 $a=\pm b$,故 B 错误;对于 C,若 $|z-i|=1$,则复数 z 对应的
点在以 $(0,1)$ 为圆心,1 为半径的圆上,故 $|z|$ 的最大值为
2,故 C 正确;对于 D,若 $|z-i|=|z+1|$,则 $\sqrt{a^2\mathbf{H}(b-1)^2}=\sqrt{a^2+b^2}+$
1,所以 $a=0$ 且 $b\leqslant 0$,此时 $z=bi$ 为纯虚数或 0,故 D 错误.故以 $2\cdot 2^{-1}=0$,解得 $x=-1$,即方程 $f(x)+\frac{3}{2}=0$ 的根为 -1 .(2) $h(x)=a\cdot 2^{-x}+4^x+2^{-x}=a\cdot 2^{-x}+4^x,x\in[0,1]$,令 $2^t=t\in$ $[1,2],g(t)=t^2+at,t\in[1,2]$,对称轴为 $t=-\frac{a}{2}$.当 $-\frac{a}{2}\geqslant\frac{3}{2}$,即 $a\geqslant-3$ 时, $g(t)_{\min}=g(2)=4+2a=-2$,解得 $a=$
 -3 ;当 $-\frac{a}{2}>\frac{3}{2}$,即 $a<-3$ 时, $g(t)_{\max}=g(1)=1+a=-2$,解得 $a=-3$
(舍去).综上,实数 a 的值为 -3 .18.解:(1)当 $b=0$ 时, $f(x)=\log_a(x^2-1)$.由 $x^2-1>0$,解得
 $x>1$ 或 $x<-1$,所以 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$.因
为 $f(-x)=\log_a(x^2-1)=f(x)$,所以 $f(x)$ 为偶函数.因为 $y=x^2-1$
在 $(-\infty,-1)$ 上单调递减,在 $(1,+\infty)$ 上单调递增,且 $a>1$,
所以 $f(x)$ 在 $(-\infty,-1)$ 上单调递减,在 $(1,+\infty)$ 上单调递增.
当 $x+1>1$,即 $x>0$ 时,此时 $f(x)$ 单调递增,且 $x+4>x+1$,
原不等式成立.当 $x+1<-1$ 且 $x+4>1$,即 $-3< x<-2$ 时, $-x-1\in(1,2)$,因
为 $f(x+1)=f(-x-1)\leqslant f(x+4)$,则 $-x-1\leqslant x+4$,解得 $x\geqslant-\frac{5}{2}$,所以 $-\frac{5}{2}\leqslant x<-2$.又 $x+4>x+1$ 恒成立,所以当 $x+4<-1$ 时,原不等式的解集
为 \varnothing .综上,原不等式的解集是 $\left[-\frac{5}{2},-2\right)\cup(0,+\infty)$.(2)因为 $m\geqslant 1$,且 $2^{m+1}-2^m-2=2^m-2\geqslant 2^1-2=0$,所以 $2^{m+1}\geqslant$
 $2^m+2\geqslant 4$.又 $f(2^{m+1})\geqslant f(2^m+2)$,所以 $f(x)$ 在 $[4,+\infty)$ 上单调递
增.当 $0<a<1$ 时, $y=\log_a x$ 是减函数,函数 $t(x)=x^2+bx-1$ 在
 $\left[-\frac{b}{2},+\infty\right)$ 上单调递增,此时函数 $f(x)$ 在其定义域的 $x=-\frac{b}{2}$
的右侧区间上单调递减,与 $f(x)$ 在 $[4,+\infty)$ 上单调递增不符,
所以 $a>1$.要使 $f(x)$ 在 $[4,+\infty)$ 上单调递增,令 $t(x)=x^2+$
 $bx-1$,则 $t(x)$ 在 $[4,+\infty)$ 上单调递增,且 $t(x)>0$ 在 $[4,+\infty)$ 上恒成立,所以 $\begin{cases} -\frac{b}{2}\leqslant 4,\\ 16+4b-1>0, \end{cases}$ 解得 $b>-\frac{15}{4}$.综上, b 的取值范围是 $\left(-\frac{15}{4},+\infty\right)$.19.解:(1)因为 $m=\frac{1}{2}$,所以 $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}\left(x-\frac{1}{2}\right)+\log_{\frac{1}{2}}(x-1)$
的定义域为 $(1,+\infty)$.由 $f(x)+\log_2 5=\log_{\frac{1}{2}}\left[\left(x-\frac{1}{2}\right)(x-1)\right]+\log_2 5=\log_{\frac{1}{2}}\left[\left(x-\frac{1}{2}\right)(x-$
 $1)\right]+\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{5}>0$,化简得 $\left(x-\frac{1}{2}\right)(x-1)<5$.解得 $-\frac{3}{2}< x<3$,又 $x>1$,所
以所求不等式的解集为 $\{x|1<x<3\}$.(2)对于任意的 $x\in[3m,4m]$,都有 $f(x)\leqslant 1$,等价于 $f(x)_{\max}\leqslant$
1,因为 $f(x)=\log_m(x-m)+\log_m(x-2m)=\log_m[(x-m)(x-2m)]\neq$
 $\log_m(x^2-3mx+2m^2),x\in[3m,4m]$.设 $t=x^2-3mx+2m^2=\left(x-\frac{3}{2}m\right)^2-$
 $\frac{m^2}{4},x\in[3m,4m]$,则 t 在 $[3m,4m]$ 上单调递增.当 $0<m<1$ 时, $f(x)$ 在 $[3m,4m]$ 上单调递减,则 $f(x)_{\max}=$
 $f(3m)=\log_m(2m^2)\leqslant 1$,解得 $\frac{1}{2}\leqslant m<1$.当 $m>1$ 时, $f(x)$ 在 $[3m,4m]$ 上单调递增,则 $f(x)_{\max}=$
 $f(4m)=\log_m(6m^2)\leqslant 1$,解得 $0<m\leqslant\frac{1}{6}$,与 $m>1$ 矛盾,故舍去.综上,实数 m 的取值范围为 $\left[\frac{1}{2},1\right)$.(3)假设存在 $\alpha,\beta\in\left(\frac{5m}{2},+\infty\right)$ 满足条件,因为 $\frac{1}{2}\leqslant m<$ 1,所以 $f(x)$ 在 $\left(\frac{5m}{2},+\infty\right)$ 上单调递减.所以 $\begin{cases} f(\alpha)=\log_m\alpha, & \text{即 } (\alpha-m)(\alpha-2m)=\alpha,\\ f(\beta)=\log_m\beta, & \text{即 } (\beta-m)(\beta-2m)=\beta, \end{cases}$ 所以关于 x 的方程 $(x-m)(x-2m)=x$ 在 $\left(\frac{5m}{2},+\infty\right)$ 上有两个不等的实
根.设 $h(x)=(x-m)(x-2m)-x=x^2-(3m+1)x+2m^2$,则 $\begin{cases} \frac{1}{2}\leqslant m<1, & \begin{cases} \frac{1}{2}\leqslant m<1,\\ \Delta=(3m+1)^2-8m^2>0, \end{cases} \\ \frac{3m+1}{2}>\frac{5m}{2}, & \text{即 } \begin{cases} m^2+6m+1>0,\\ m<\frac{1}{2}, \end{cases} \\ h\left(\frac{5m}{2}\right)>0, & \begin{cases} m>\frac{10}{3}, \end{cases} \end{cases}$ 解集为 \varnothing .综上,不存在这样的 α,β 满足条件.减函数,所以 $f(x)$ 为减函数,故 A 正确,B 错误;因为 $f(x)+$ $f(-x)=\log_{\frac{1}{3}}\frac{2+x}{2-x}+\log_{\frac{1}{3}}\frac{2-x}{2+x}=\log_{\frac{1}{3}}1=0$,所以 $f(x)$ 为奇函数,则不等式 $f(3x-1)+f(3x)<0$ 转化为 $f(3x-1)<f(-3x)$,所以
 $\begin{cases} -2<3x-1<2,\\ -2<3x<2, \end{cases}$ 解得 $\frac{1}{6}< x<\frac{2}{3}$,故 C 正确;因为 $f(x)+f(-x)=0$,且
 $3x-1>-3x$, $f(0)=0$,所以 $f\left(-\frac{1}{2023}\right)+f\left(-\frac{1}{2022}\right)+\cdots+f\left(-\frac{1}{2}\right)+f(-1)+f(0)+$
 $f(1)+f\left(\frac{1}{2}\right)+\cdots+f\left(\frac{1}{2023}\right)=0$,故 D 正确.故选 ACD.11.AC 提示:对于 A,因为指数函数 $f(x)=a^x,g(x)=b^x$
($a>0,b>0$,且 $a\neq 1,b\neq 1$),则 $f(2)=a^2=4$,得 $a=2$,由 $3f(1)=$
 $2g(1)$,得 $3a=2b$,则 $b=3$,所以 $f(x)=2^x,g(x)=3^x$,故 A 正确;
对于 B,由 $f(m)=g(n)$,得 $2^m=3^n$,则 $\lg 2^m=\lg 3^n$,即 $m\lg 2=$
 $n\lg 3$,当 $m=0$ 时,则 $n=0$,此时, $m=n$,当 $m\neq 0$ 时,则 $n\neq 0$,
 $\frac{m}{n}=\frac{\lg 3}{\lg 2}\neq 1$,则 $m\neq n$,故 B 错误;对于 C,由 $f(x)=g(y)=$
 $f(z)g(z)\neq 1$,可得 $2^z=3^z=2^z\cdot 3^z=6^z\neq 1$,设 $t=2^z=3^z=6^z\neq 1$,则 $t>0$,
所以 $x=\log_2 t,y=\log_3 t,z=\log_6 t$,所以 $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\log_2 2+\log_2 3=\log_2 6=\frac{1}{z}$,
故 C 正确;对于 D, $h(x)=\left(\frac{b}{a}\right)^{2x}-3\left(\frac{b}{a}\right)^x+5=\left(\frac{3}{2}\right)^{2x}-3\left(\frac{3}{2}\right)^x+5$,因为 $x\in[0,2]$,令 $t=\left(\frac{3}{2}\right)^x\in\left[\frac{1}{4},\frac{9}{4}\right]$,则 $y=t^2-3t+5,t\in\left[\frac{1}{4},\frac{9}{4}\right]$,所
以函数 $y=t^2-3t+5$ 在 $\left[\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right]$ 上单调递减,在 $\left[\frac{3}{2},\frac{9}{4}\right]$ 上单调递增,当 $t=1$ 时, $y=3$;当 $t=\frac{9}{4}$ 时, $y=\frac{53}{16}>3$,所以 $h(x)$ 的最大
值为 $\frac{53}{16}$,故 D 错误.故选 AC.

三、填空题

12.-4 提示:因为 $f(x)=(m^2+m-11)x^{m+7}$ 是幂函数,所
以 $m^2+m-11=1$,解得 $m=-4$ 或 $m=3$.当 $m=3$ 时, $f(x)=x^{10}$ 在
 $(-\infty,0)$ 上单调递减,不符合题意;当 $m=-4$ 时, $f(x)=x^3$ 在
 $(-\infty,0)$ 上单调递增,符合题意.所以 $m=-4$.13.9 提示:因为函数 $f(x)=x^2\lg(\sqrt{1+ax^2}-3x)$ 是定义
域为 \mathbf{R} 的奇函数,所以 $f(x)=-f(-x)$,则 $x^2\lg(\sqrt{1+ax^2}-3x)=-(-x)^2\lg(\sqrt{1+a(-x)^2}+3x)$,当 $x=0$ 时, $0=0$,上式成立;当 $x\neq 0$ 时,上式可化简为 $\lg(\sqrt{1+ax^2}-3x)+$
 $\lg(\sqrt{1+ax^2}+3x)=0$,即 $\lg\left[\left(\sqrt{1+ax^2}-3x\right)\left(\sqrt{1+ax^2}+3x\right)\right]=0$,则 $\lg(1+ax^2-9x^2)=0$,所以 $1+ax^2-9x^2=1$,解得 $a=9$.14. $\left(1,\frac{3}{2}\right)$ 提示:因为函数 $y=a^x+1(a>0$,且 $a\neq 1)$ 的图象恒过定点 $(m-1,n)$,函数 $y=a^x+1$ 的图象恒过定点 $(0,$
 $2)$,所以 $m-1=0,n=2$,即 $m=1,n=2$.所以函数 $y=\log_a(mx^2-$
 $2ax+n)=\log_a(x^2-2ax+2)$,因为函数 $y=\log_a(x^2-2ax+2)$
在 $(-\infty,1]$ 上是减函数,所以 $a>1$,令 $t=x^2-2ax+2$,则该二次
函数的对称轴为 $x=a\geqslant 1$,且当 $x=1$ 时, $t>0$,所以 $\begin{cases} a>1,\\ a\geqslant 1, \end{cases}$
 $1-2a\geqslant 0$,
解得 $1<a\leqslant\frac{3}{2}$,所以 a 的取值范围是 $\left(1,\frac{3}{2}\right)$.

四、解答题

15.解:(1)原式 $=\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}-\frac{7}{3}+\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}\times\frac{2}{25}+1=\frac{4}{9}-\frac{7}{3}+$
 $25\times\frac{2}{25}+1=\frac{10}{9}$.(2)原式 $=\frac{\lg 3}{\lg 2}-\frac{\lg 4}{\lg 3}+\lg 5(\lg 5+\lg 20)+\frac{1}{2}\lg 2^4-3=\frac{2\lg 2}{\lg 2}+$
 $\lg 5\lg(5\times 20)+\lg 2-3=2+\lg 5+2\lg 2-3=2\lg 10-1=1$.16.解:(1)因为 $f(x)=4m^2-3m)x^{\frac{m^2+2}{4}-m+1}$ 是幂函数,所以
 $4m^2-3m=1$,解得 $m=1$ 或 $m=-\frac{1}{4}$.当 $m=-\frac{1}{4}$ 时, $f(x)=x^{\frac{9}{8}}$,此时
 $f(3)>f(5)$,不符合题意;当 $m=1$ 时, $f(x)=x^{\frac{3}{2}}$,此时
 $f(3)<f(5)$,符合题意.综上, $m=1$.(2)因为 $f(x)=x^{\frac{3}{2}}$,所以 $f(x)$ 的定义域为 $[0,+\infty)$,且在
 $[0,+\infty)$ 上单调递增,又 $f(2a+1)<f(3-4a)$,所以 $0\leqslant 2a+1<$
 $3-4a$,解得 $-\frac{1}{2}\leqslant a<\frac{1}{3}$,即实数 a 的取值范围是 $\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{3}\right)$.17.解:(1)因为 $f(x)$ 的图象关于原点对称,所以 $f(x)$
为奇函数,所以 $f(-x)+f(x)=0$,所以 $a\cdot 2^{-x}-2^x+a\cdot 2^x-2^{-x}=0$,
即 $(a-1)(2^{-x}+2^x)=0$,所以 $a=1$.所以 $f(x)+\frac{3}{2}=2^{-x}-2^{-x}+\frac{3}{2}=0$,
则 $2\cdot(2^x)^3+3\cdot 2$

一、单项选择题

1.B 提示:当 $a>b>0$ 时, $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$,故A错误;若 $a>b>0$,则 $0<\frac{b}{a}<1<\frac{a}{b}$,故B正确;若 $a>b>0$,则 $\sqrt{a}>\sqrt{b}$,故C错误;当 $a<b<0$ 时, $a^2>b^2$,故D错误.故选B.

2.B 提示:由 $\frac{2x+1}{1-x}\geq 0$,即 $\begin{cases} (2x+1)(x-1)\leq 0, \\ 1-x\neq 0, \end{cases}$ 解得 $-\frac{1}{2}\leq x<1$.故选B.

3.D 提示:因为不等式 $ax^2+bx-6<0$ 的解集为 $|x|-3<x<2|$,所以-3和2是方程 $ax^2+bx-6=0$ 的两个实根,则 $\begin{cases} -3+2=\frac{b}{a}, \\ -3\times 2=\frac{6}{a}, \end{cases}$ 解得 $a=1,b=1$,所以不等式 $x^2-bx-2a\geq 0$,即 $x^2-x-2\geq 0$,解得 $x\geq 2$ 或 $x\leq -1$.故选D.

4.C 提示:设函数 $f(x)=x^2-2ax+4$,根据二次函数性质,因为关于 x 的一元二次方程 $x^2-2ax+4=0$ 有两个实根,且一个实根小于1,另一个实根大于2,

所以 $\begin{cases} \Delta=4(a^2-4)>0, \\ f(1)=5-2a<0, \text{解得 } a>\frac{5}{2}, \\ f(2)=8-4a<0, \end{cases}$ 故选C.

5.B 提示:当 $x<0$ 时, $y=x+\frac{2}{x}\leq -2$,故A错误; $y=e^{\frac{x}{2}}+e^{\frac{x}{2}}\geq 2\sqrt{e^{\frac{x}{2}}\cdot e^{\frac{x}{2}}}=2$,当且仅当 $e^{\frac{x}{2}}=e^{\frac{x}{2}}$,即 $x=0$ 时,取等号,故B正确;当 $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 时, $\sin x\in(0,1)$,则 $y=\sin x+\frac{1}{\sin x}\geq 2\sqrt{\sin x\cdot \frac{1}{\sin x}}=2$,当且仅当 $\sin x=\frac{1}{\sin x}$,即 $\sin x=1$ 时,取等号,又 $\sin x\in(0,1)$,则等号无法取得,故C错误; $y=\frac{x^2+3}{\sqrt{x^2+2}}=\sqrt{x^2+2}+\frac{1}{\sqrt{x^2+2}}\geq 2$,当且仅当 $\sqrt{x^2+2}=\frac{1}{\sqrt{x^2+2}}$,即 $x^2=-1$ 时,取等号,显然等号无法取得,故D错误.故选B.

6.A 提示:因为不等式 $3^{ax-1}<3^{-ax^2}$ 恒成立,所以 $ax-1<-ax^2$ 恒成立,即 $ax^2+ax-1<0$ 恒成立.当 $a=0$ 时,不等式 $-1<0$ 恒成立,符合题意;当 $a\neq 0$ 时,可得 $\begin{cases} a<0, \\ \Delta=a^2+4a<0, \end{cases}$ 解得 $-4<a<0$.

综上,实数 a 的取值范围是 $(-4,0]$.故选B.

7.C 提示:由 $x+2y=1$,得 $\frac{xy}{x^2+y}=\frac{xy}{x^2+y(x+2y)}=\frac{xy}{x^2+xy+2y^2}=\frac{1}{\frac{x}{y}+\frac{2y}{x}+1}$,因为 x,y 是正数,所以 $\frac{x}{y}+\frac{2y}{x}\geq 2\sqrt{\frac{x}{y}\cdot \frac{2y}{x}}=2\sqrt{2}$,当 $\frac{x}{y}+\frac{2y}{x}=2\sqrt{2}$ 时,等号成立.

所以 $\frac{xy}{x^2+y}=\frac{1}{\frac{x}{y}+\frac{2y}{x}+1}\leq \frac{1}{2\sqrt{2}+1}=\frac{2\sqrt{2}-1}{7}$.故选C.

8.C 提示:因为两个正实数 x,y 满足 $x+y=3$,所以 $x+1+y=4$,所以 $\frac{4}{x+1}+\frac{16}{y}=\frac{1}{4}\left(\frac{4}{x+1}+\frac{16}{y}\right)(x+1+y)=\frac{1}{4}\left(20+\frac{4y}{x+1}+\frac{4x}{y+1}\right)\geq \frac{1}{4}\times(20+2\sqrt{64})=9$,当且仅当 $\frac{4y}{x+1}=\frac{16(1+x)}{y}$,即 $x=\frac{1}{3},y=\frac{8}{3}$ 时,等号成立,所以 $\left(\frac{4}{x+1}+\frac{16}{y}\right)_{\min}=9$,因为不等式 $\frac{4}{x+1}+\frac{16}{y}>m^2-3m+5$ 恒成立,所以 $m^2-3m+5<9$,即 $m^2-3m-4<0$,解得 $-1<m<4$.故选C.

二、多项选择题

9.ABD 提示:因为 $a<b<0,y=\frac{1}{x}$ 在 $(-\infty,0)$ 上单调递减,所以 $\frac{1}{b}<\frac{1}{a}$,故A正确;因为 $a+b<0,ab>0$,所以 $\frac{1}{a+b}<\frac{1}{ab}$,故B正确;因为 $a<b<0,|a|>|b|$,则 $\ln|a|>\ln|b|$,故C错误;因为 $a<b<0,y=x^3$ 是 \mathbf{R} 上的增函数,所以 $a^3<b^3$,故D正确.故选ABD.

10.BC 提示:易知 $a>0$,因为关于 x 的不等式 $0\leq ax^2+bx+c\leq 2$ 的解集为 $|x|-1\leq x\leq 3|$,则 $0\leq ax^2+bx+c$ 恒成立,所以 $b^2-4ac\leq 0$,则 $ax^2+bx+c\leq 2$ 的解集为 $|x|-1\leq x\leq 3|$,所以-1和3为方程 $ax^2+bx+c=2$ 的两个实根,则 $\begin{cases} -\frac{b}{a}=-1+3, \\ \frac{c-2}{a}=1\times 3, \end{cases}$ 则 $b=-2a$, $c=2-3a$,所以 $b^2-4ac=4a^2-4a(2-3a)\leq 0$,又 $a>0$,解得 $0<a\leq \frac{1}{2}$,所以 $3a+b+2c=3a-2a+4-6a=4-5a\in\left[\frac{3}{2},4\right]$,故选BC.

11.AD 提示:因为 $m,n>0$,满足 $2m+n=1$,所以 $1=2m+n\geq 2\sqrt{2mn}$,当且仅当 $2m=n$,即 $m=\frac{1}{4},n=\frac{1}{2}$ 时,取等号,所以 $mn\leq \frac{1}{8}$,故A正确; $\frac{1}{m}+\frac{1}{n}=\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)(2m+n)=3+\frac{n}{m}+\frac{2m}{n}\geq 3+\sqrt{2}\cdot 1$ 时,取等号,故B错误; $\frac{2}{m+1}+\frac{9}{n+1}=\frac{4}{2m+2}+\frac{9}{n+1}=\frac{1}{4}\left[\frac{4}{2m+2}+\frac{9}{n+1}\right](2m+2)+(n+1)]=\frac{1}{4}\left[\left(13+\frac{4}{2m+2}+\frac{9(n+1)}{2m+2}\right)\right]\geq \frac{1}{4}\left[13+2\sqrt{\frac{4}{2m+2}\cdot \frac{9(2m+2)}{n+1}}\right]=\frac{25}{4}$,当且仅当 $\frac{4}{2m+2}=\frac{9(2m+2)}{n+1}$ 且 $2m+n=1$,即 $m=-\frac{1}{5},n=\frac{7}{5}$ 时,取等号,显然等号无法取得,故C错误;因为 $1=(2m+n)^2=4m^2+n^2+4mn\leq 4m^2+n^2+(4m^2+n^2)=2(4m^2+n^2)$,当且仅当 $n=2m$,即 $m=\frac{1}{4},n=\frac{1}{2}$ 时,取等号,所以 $4m^2+n^2\geq \frac{1}{2}$,故D正确.故选AD.

三、填空题

12.(1, $+\infty$) 提示:作出 $y=2^x$ 与 $y=2-\log_2 x$ 的图象(图略),由图象知,两图象唯一的交点为(1,2),所以不等式 $2^x>2-\log_2 x$ 的解集为 $(1,+\infty)$.

13.[3, $+\infty$) 提示:集合 $M=\{x|x^2-2x-3<0\}=\{x|-1<x<3\}$.

①当 $a=0$ 时, $N=\{x|x^2-ax<0,x\in\mathbf{Z}\}=\{x|x^2<0\}=\emptyset$,此时 $M\cap N=\emptyset$,不符合题意.

②当 $a>0$ 时, $N=\{x|x^2-ax<0,x\in\mathbf{Z}\}=\{x|0<x<a,x\in\mathbf{Z}\}$,若集合 $M\cap N$ 恰有两个元素,则 $a>3$.

③当 $a<0$ 时, $N=\{x|x^2-ax<0,x\in\mathbf{Z}\}=\{x|ax<x<0,x\in\mathbf{Z}\}$,若 $a\leq -1$,则 $M\cap N=\{x|-1<x<0,x\in\mathbf{Z}\}=\emptyset$,不符合题意,若 $-1<a<0$,则 $M\cap N=\{x|ax<0\}=\emptyset$,不符合题意.

综上,实数 a 的取值范围是 $[3,+\infty)$.

14.4 提示:因为 $f(x)=\frac{e^x-1}{e^x+1}=1-\frac{2}{1+e^x}$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增,又 $f(-x)=\frac{e^{-x}-1}{e^{-x}+1}=\frac{1-e^x}{e^x+1}=-f(x)$,所以 $f(x)$ 为奇函数,因

为 $f(a)+f(2b-2)=0$,则 $f(a)=-f(2b-2)=f(2-2b)$,所以 $a=2-2b$,即 $a+2b=2$,又 a,b 为正数,所以 $\frac{2}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{2}\left(\frac{2}{a}+\frac{1}{b}\right)(a+2b)=\frac{1}{2}\left(4+\frac{4b}{a}+\frac{a}{b}\right)\geq \frac{1}{2}\left(4+2\sqrt{\frac{4b}{a}\cdot \frac{a}{b}}\right)=4$,当且仅当 $\frac{4b}{a}=\frac{a}{b}$,即 $b=\frac{1}{2}$, $a=1$ 时,取等号.所以 $\frac{2}{a}+\frac{1}{b}$ 的最小值为4.

四、解答题

15.解:(1)因为 $f(x)=x^2-mx+1$,所以不等式 $f(x)+n-1\leq 0$,即 $x^2-mx+n\leq 0$,由题意,得-1和2是方程 $x^2-mx+n=0$ 的两个实数根,由韦达定理,得 $\begin{cases} -1+2=m, \\ -1\times 2=n, \end{cases}$ 解得 $m=1,n=-2$.

(2)不等式 $f(x)-x+m-1>0$,即 $x^2-(m+1)x+m>0$,则 $(x-m)(x-1)>0$.

当 $m=1$ 时,不等式化为 $(x-1)^2>0$,解得 $x\neq 1$;当 $m>1$ 时,解得 $x<1$ 或 $x>m$;当 $m<1$ 时,解得 $x<m$ 或 $x>1$.

综上,当 $m=1$ 时,不等式化的解集为 $|x|x\neq 1|$;当 $m>1$ 时,不等式的解集为 $|x|x<1$ 或 $x>m|$;当 $m<1$ 时,不等式的解集为 $|x|x<m$ 或 $x>1|$.

16.解:(1)因为 x,y 都是正数, $\frac{2}{x}+\frac{1}{y}=1$,所以 $2x+y=(2x+y)\left(\frac{2}{x}+\frac{1}{y}\right)=4+1+\frac{2y}{x}+\frac{2x}{y}\geq 5+2\sqrt{\frac{2y}{x}\cdot \frac{2x}{y}}=2b$,当且仅当 $a=c$ 时,取等号.以上三式相加,得 $2\left(\frac{bc}{a}+\frac{ac}{b}+\frac{ab}{c}\right)\geq 2(a+b+c)$,则 $\frac{bc}{a}+\frac{ca}{b}+\frac{ab}{c}\geq a+b+c$,当且仅当 $a=b=c$ 时,取等号.

(ii)证明:因为 a,b,c 为正数,由基本不等式可得, $\frac{bc}{a}+\frac{ac}{b}\geq 2\sqrt{\frac{bc}{a}\cdot \frac{ac}{b}}=2c$,当且仅当 $a=b$ 时,取等号. $\frac{ac}{b}+\frac{ab}{c}\geq 2\sqrt{\frac{ac}{b}\cdot \frac{ab}{c}}=2a$,当且仅当 $b=c$ 时,取等号. $\frac{bc}{a}+\frac{ab}{c}\geq 2\sqrt{\frac{bc}{a}\cdot \frac{ab}{c}}=2b$,当且仅当 $a=c$ 时,取等号.以上三式相加,得 $2\left(\frac{bc}{a}+\frac{ac}{b}+\frac{ab}{c}\right)\geq 2(a+b+c)$,则 $\frac{bc}{a}+\frac{ca}{b}+\frac{ab}{c}\geq a+b+c$,当且仅当 $a=b=c$ 时,取等号.

(2)因为 $\frac{2}{x}+\frac{1}{y}=1$,可得 $x+2y=xy$,所以 $\lambda(x+2y)\leq (3x+2y)^2$,即 $\lambda\cdot xy\leq (3x+2y)^2$,因为 x,y 都是正数,所以 $\lambda\leq \frac{(3x+2y)^2}{xy}=\frac{9x}{y}+\frac{4y}{x}+12$,因为 $\frac{9x}{y}+\frac{4y}{x}+12\geq 2\sqrt{\frac{9x}{y}\cdot \frac{4y}{x}}+12=24$,当且仅当 $2y=3x$,即 $x=\frac{8}{3},y=4$ 时,取等号,所以 $\lambda\leq 24$,即实数 λ 的取值范围为 $(-\infty,24]$.

17.解:(1)因为 $f(x)$ 为二次函数,所以 $a\neq 0$.

当 $a>0$ 时, $f(x)$ 的图象开口向上,不等式 $f(x)<0$ 不对一切实数 x 都成立,不满足题意.

当 $a<0$ 时,则 $\Delta=16+4a<0$,解得 $a<-4$.

所以当 $a\in(-\infty,-4)$ 时,不等式 $f(x)<0$,对一切实数 x 都成立.

(2)当 $\Delta>0$ 时,只需 $f(-1)\cdot f(1)<0$,

即 $\begin{cases} 16+4a>0, \\ (a+4)(a-4)<0, \end{cases}$ 解得 $-3<a<5$,且 $a\neq 0$.

当 $\Delta=0$ 时,即 $a=-4$ 时, $f(x)=-4x^2-4x-1=-(2x+1)^2$, $f(x)$ 的零点为 $-\frac{1}{2}$,符合题意.

当 $f(-1)=0$ 或 $f(1)=0$ 时,即 $a+4=1=0$,解得 $a=-3$,或 $a-4=1=0$,解得 $a=5$,经检验 $f(x)=0$ 在 $(-1,1)$ 内都恰有一个解.

综上,实数 a 的取值范围为 $[-4]\cup|a|-3\leq a<0$ 或 $0<a\leq 5|$.

18.解:(1)由题意,得 $10(1\ 000-x)(1+0.2x\%) \geq 10\times 1\ 000$,即 $x^2-500x\leq 0$,又 $x>0$,所以 $0<x\leq 500$,所以最多调整出500名员工从事第三产业.

(2)从事第三产业的员工创造的年总利润为 $10x\left(a-\frac{3x}{500}\right)$ 万元,剩余员工从事原来产业的员工的年总利润为 $10(1\ 000-x)\left(1+\frac{1}{500}x\right)$ 万元.根据题意,得 $10x\left(a-\frac{3x}{500}\right)\leq 10(1\ 000-x)\left(1+\frac{1}{500}x\right)$,所以 $ax\leq \frac{x^2}{250}+1\ 000+a\leq 5$.所以 a 的取值范围是 $(0,5]$.

19.(1)解:甲错误,乙、丙正确.

同学甲的解法中,当 $2x=\frac{4}{x}$,且 $4y=\frac{2}{y}$,即 $x=\sqrt{2},y=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 时,等号成立,此时 $xy=1\neq 2$,不符合题目要求,故甲的解法错误.

同学乙恒等变换后,直接用基本不等式,满足基本不等式的使用条件“一正、二定、三相等”,故乙的解法正确.

同学丙用了两次基本不等式,当 $2x=4y$,且 $\frac{4}{x}=\frac{2}{y}$,即 $y=1,x=2$ 时,两次等号能同时取得,故丙的解法正确.

(2)(i)解:因为 $ab+2a+b=4$,所以 $(a+1)(b+2)=6$,所以 $M=2a+b+\frac{4}{a+1}+\frac{8}{b+2}=2(a+1)+(b+2)+\frac{4}{a+1}+\frac{8}{b+2}\geq 2\sqrt{2(a+1)(b+2)}+2\sqrt{\frac{4}{a+1}\cdot \frac{8}{b+2}}=4+\frac{20\sqrt{3}}{3}$,范围是 $(-\infty,-3)\cup(0,+\infty)$.故选A.

二、多项选择题

9.AC 提示:对于A,因为函数 $f(2x+1)$ 的定义域为 $[-1,1]$,即 $x\in[-1,1]$,则 $2x+1\in[-1,3]$,所以函数 $f(x)$ 的定义域为 $[-1,3]$,故A正确;对于B,设 $f(x)=kx+b(k\neq 0)$,则 $f(f(x))=k(kx+b)+b=k^2x+kb+b=16x+5$,所以 $\begin{cases} k^2=16, \\ kb+b=5, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k=4, \\ b=1, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} k=-4, \\ b=-\frac{5}{3}. \end{cases}$ 所以 $f(x)=4x+1$ 或 $f(x)=-4x-\frac{5}{3}$,故B错误;对于C,根据函数的定义,可得函数 $y=f(x)$ 的图象与 y 轴最多有一个交点,故C正确;对于D,函数 $y=\frac{1}{x+1}$ 在 $(-\infty,-1),(-1,+\infty)$ 上单调递减,故D错误.故选AC.

10.BC 提示:对于A, $y=x^{-\frac{2}{3}}=\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$ 是幂函数,在 $(0,+\infty)$

数学

第3期

一、单项选择题

1.D 提示:因为 $y=\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(4x-3)}$,所以 $\log_{\frac{1}{2}}(4x-3)\geq 0$,

则 $0<4x-3\leq 1$,解得 $\frac{3}{4}\leq x\leq 1$,

所以该函数的定义域为 $\left[\frac{3}{4},1\right]$.故选D.

2.D 提示:对于A, $y=2^{-x}=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 在 $(0,1)$ 内单调递减,

不符合题意;对于B,因为 $y=\sqrt{x}$ 在 $(0,1)$ 内单调递增,所以 $y=-\sqrt{x}$ 在 $(0,1)$ 内单调递减,不符合题意;对于C, $y=\log_{\frac{1}{2}}x$ 在 $(0,1)$ 内单调递减,不符合题意;对于D, $y=\sin x$ 在 $(0,1)$ 内单调递增,符合题意.故选D.

3.C 提示:因为 $f(x)=\begin{cases} \log_{\sqrt{10}}x-1,x>0, \\ 3^{-x}+1,x\leq 0, \end{cases}$ 则 $f(-2)=10$,

所以 $f(f(-2))=f(10)=\log_{\sqrt{10}}10-1=2-1=1$.故选C.

4.C 提示:函数 $f(x)=\left(1-\frac{2}{2^x+1}\right)\cdot \sin x=\frac{2^x-1}{2^x+1}\cdot \sin x$ 的定义域为 \mathbf{R} ,当 $x=1$ 时, $f(1)=\frac{1}{3}\sin 1>0$,故排除D.

又 $f(-x)=\frac{2^{-x}-1}{2^{-x}+1}\cdot (-\sin x)=\frac{1-2^x}{1+2^x}\cdot (-\sin x)=\frac{2^x-1}{2^x+1}\cdot \sin x=f(x)$,所以 $f(x)$ 为偶函数,图象关于 y 轴对称,故排除A,B.故选C.

5.D 提示:因为 $f(x)=\begin{cases} \log_a x,x>1, \\ (2a-1)x+4a,x\leq 1 \end{cases}$ 是 \mathbf{R} 上的减函数,所以 $\begin{cases} 0<a<1, \\ 2a-1<0, \\ \log_a 1\leq 2a-1+4a, \end{cases}$ 解得 $\frac{1}{6}\leq a<\frac{1}{2}$.故选D.

6.B 提示:设函数 $g(x)=x\ln(e^{2x}+1)-x^2$,则 $g(-x)+g(x)=-x\ln(e^{-2x}+1)-x^2+x\ln(e^{2x}+1)-x^2=x\ln\frac{e^{2x}+1}{e^{-2x}+1}-2x^2=x\ln e^{2x}-2x^2=0$,所以 $g(x)$ 为奇函数,又 $f(a)=g(a)+1=2$,所以 $g(a)=1$,所以 $f(-a)=g(-a)+1=-g(a)+1=0$.故选B.

7.A 提示:设函数 $g(x)=f(x)-e^x=ex^3+e^{-x}-e^x$.因为函数 $y=ex^3$ 为奇函数,函数 $y=e^x-e^{-x}$ 为奇函数,所以 $g(x)$ 为奇函数.因为函数 $y=ex^3$ 与 $y=e^x-e^{-x}$ 在 \mathbf{R} 上均单调递增,所以 $g(x)$ 在 \mathbf{R} 上单调递增.由 $f(a^2-6a)+f(2a+3)<2e^2$,得 $f(a^2-6a)-e^2+f(2a+3)-e^2<0$,即 $g(a^2-6a)+g(2a+3)<0$,则 $g(a^2-6a)<-g(2a+3)$,所以 $g(a^2-6a)<g(-2a-3)$.因为 $g(x)$ 在 \mathbf{R} 上单调递增,所以 $a^2-6a<-2a-3$,解得 $1<a<3$.故选A.

8.A 提示:当 $x>0$ 时, $f(x)=\frac{x-2}{x+1}=1-\frac{2}{x+1}$,则 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增,又 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的偶函数,则 $f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上单调递减,且它的图象关于 y 轴对称.因为对任意实数 $t\in\left[\frac{1}{2},2\right]$,都有 $f(t+a)-f(t-1)>0$ 恒成立,所以 $f(t+a)>f(t-1)\Leftrightarrow f(|t+a|)>f(|t-1|)$,所以 $|t+a|>|t-1|$,两边平方,化简整理得 $(2a+2)t+a^2-1>0$.令 $g(t)=(2a+2)t+a^2-1$,所以 $\begin{cases} g\left(\frac{1}{2}\right)=a^2+a>0, \\ g(2)=a^2+4a+3>0, \end{cases}$ 解得 $a<-3$ 或 $a>0$,所以实数 a 的取值范围是 $(-\infty,-3)\cup(0,+\infty)$.故选A.

9.AC 提示:对于A,因为函数 $f(2x+1)$ 的定义域为 $[-1,1]$,即 $x\in[-1,1]$,则 $2x+1\in[-1,3]$,所以函数 $f(x)$ 的定义域为 $[-1,3]$,故A正确;对于B,设 $f(x)=kx+b(k\neq 0)$,则 $f(f(x))=k(kx+b)+b=k^2x+kb+b=16x+5$,所以 $\begin{cases} k^2=16, \\ kb+b=5, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k=4, \\ b=1, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} k=-4, \\ b=-\frac{5}{3}. \end{cases}$ 所以 $f(x)=4x+1$ 或 $f(x)=-4x-\frac{5}{3}$,故B错误;对于C,根据函数的定义,可得函数 $y=f(x)$ 的图象与 y 轴最多有一个交点,故C正确;对于D,函数 $y=\frac{1}{x+1}$ 在 $(-\infty,-1),(-1,+\infty)$ 上单调递减,故D错误.故选AC.

10.BC 提示:对于A, $y=x^{-\frac{2}{3}}=\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}$ 是幂函数,在 $(0,+\infty)$

高考版答案页第1期

上单调递减,不符合题意;对于B,设 $f(x)=2^{|x|+1}$,其定义域为 \mathbf{R} ,且 $f(-x)=2^{|-x|+1}=f(x)$,则 $f(x)$ 为偶函数,当 $x\in(0,+\infty)$ 时, $f(x)=2^{x+1}$ 单调递增,符合题意;对于C,设 $f(x)=x^2-x^2=x^2-\frac{1}{x^2}$,其定义域为 $|x|x\neq 0|$,且 $f(-x)=x^2-\frac{1}{x^2}=f(x)$,则 $f(x)$ 为偶函数,由 $y=x^2$ 与 $y=-\frac{1}{x^2}$ 在 $(0,+\infty)$ 上都单调递增,可得 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增,符合题意;对于D,设 $f(x)=2^x-2^{-x}$,其定义域为 \mathbf{R} ,由 $f(-x)=2^{-x}-2^{-(-x)}=-f(x)$,得 $f(x)$ 为奇函数,不符合题意.故选BC.

11.BCD 提示:由 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数,得 $f(x)$ 的图象关于原点对称,由 $f(4-x)=f(x)$,得 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=2$ 对称,所以 $f(x)$ 的图象关于点(4,0)中心对称,又 $f(x)$ 的图象关于原点对称,则 $f(x)$ 的图象关于点(-4,0)中心对称,故A错误;

由 $f(-x)=-f(x)$ 与 $f(4-x)=f(x)$,得 $f(4+x)=f(-x)=-f(x)$,所以 $f(8+x)=-f(4+x)=f(x)$,则8为函数 $f(x)$ 的一个周期,故B正确;

因为对于任意的 $x_1,x_2\in[2,4]$ 且 $x_1\neq x_2$,都有 $(x_1-x_2)\cdot [f(x_1)-f(x_2)]<0$,所以 $f(x)$ 在 $[2,4]$ 上单调递减,又 $f(x)$ 的图象关于点(4,0)中心对称,则 $f(x)$ 在 $[4,6]$ 上单调递减,因为 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=2$ 对称,则 $f(x)$ 在 $[-2,2]$ 上单调递增,故C正确;

由以上分析可知, $f(x)$ 在 $x=2$ 处取得最大值,8为函数 $f(x)$ 的一个周期,所以 $f(66)=f(8\times 8+2)=f(2)$,则 $f(x)$ 在 $x=66$ 处取得最大值,故D正确.故选BCD.

三、填空题

12. $f(x)=-x^2+2x$ 提示:当 $x<0$ 时, $-x>0$,所以 $f(-x)=x^2-2x$.因为 $y=f(x)$ 是奇函数,所以 $f(x)=-f(-x)=-x^2+2x$,所以当 $x<0$ 时, $f(x)=-x^2+2x$.

13. $\frac{4\ 049}{2}$ 提示:因为 $f(x)=\frac{2^x}{2^x+2}$,所以 $f(x)+f(2-x)=\frac{2^x}{2^x+2}+\frac{2^{2-x}}{2^{2-x}+2}=1$,令 $x=1$,得 $2f(1)=1$,则 $f(1)=\frac{1}{2}$,所以 $S=f(0)+f\left(\frac{1}{2\ 024}\right)+f\left(\frac{2}{2\ 024}\right)+\cdots+f\left(\frac{4\ 047}{2\ 024}\right)+f(2)=f(0)+f(2)+\left[f\left(\frac{1}{2\ 024}\right)+f\left(\frac{2\ 023}{2\ 024}\right)\right]+\cdots+\left[f\left(\frac{1}{2\ 024}\right)+f\left(\frac{4\ 047}{2\ 024}\right)\right]+f\left(\frac{2\ 023}{2\ 024}\right)+f\left(\frac{2\ 025}{2\ 024}\right)+\cdots+f\left(\frac{4\ 049}{2\ 024}\right)+f(2)=1\times 2\ 024+\frac{1}{2}=\frac{4\ 049}{2}$.

14. $(-\infty,-2\ 024)\cup(0,2\ 024)$ 提示:因为 $f(x+2\ 024)$ 的图象关于点 $(-2\ 024,0)$ 对称,所以 $f(-2\ 024-x+2\ 024)+f(-2\ 024+x+2\ 024)=0$,即 $f(-x)+f(x)=0$,所以 $f(x)$ 为 \mathbf{R} 上的奇函数.

令 $g(x)=xf(x)$,因为 $\forall x_1,x_2\in(0,+\infty)$,当 $x_1\neq x_2$ 时,都有 $(x_1-x_2)[x_1f(x_1)-x_2f(x_2)]<0$,所以 $g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减,又 $g(-x)=-xf(-x)=xf(x)=g(x)$,所以 $g(x)$ 为 \mathbf{R} 上的偶函数,则 $g(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上单调递增,又 $g(2\ 024)=2\ 024f(2\ 024)=0$,所以当 $x\in(-2\ 024,0)\cup(0,2\ 024)$ 时, $g(x)=xf(x)>0$,所以 $x\in(-2\ 024,0)$ 时, $f(x)<0$, $x\in(0,2\ 024)$ 时, $f(x)>0$.当 $x\in(-\infty,-2\ 024)\cup(2\ 024,+\infty)$ 时, $g(x)=xf(x)<0$,所以 $x\in(-\infty,-2\ 024)$ 时, $f(x)>0$, $x\in(2\ 024,+\infty)$ 时, $f(x)<0$.所以 $f(x)>0$ 的解集为 $(-\infty,-2\ 024)\cup(0,2\ 024)$.