

## 高二选择性必修(第二册)答案页第 1 期

数学  
北师大

## 第 1 期

## 第 3~4 版同步周测参考答案

## 一、单项选择题

1.B

提示:根据题意,数列的通项公式

为  $a_n = \frac{n+1}{4n+3}$ , 令  $\frac{n+1}{4n+3} = \frac{10}{39}$ , 解得  $n=9$ .

故选 B.

2.C

提示:因为数列  $\{a_n\}$  的通项公式为  $a_n = \frac{n}{n^2+6}$ , 所以 $a_n = \frac{4}{16+6} = \frac{2}{11}$ . 故选 C.

3.D

提示:根据题意,数列  $\frac{3}{2}, \frac{5}{4}, \frac{7}{6}, \frac{9}{8}, \dots$ , 即  $\frac{2 \times 1 + 1}{2 \times 1}$ , $\frac{2 \times 2 + 1}{2 \times 2}, \frac{2 \times 3 + 1}{2 \times 3}, \frac{2 \times 4 + 1}{2 \times 4}, \dots$ ,故该数列的一个通项公式可以是  $\frac{2n+1}{2n}$ . 故选 D.

4.C

提示:由  $(n+1)a_{n+1} = na_n$ , 得  $a_{n+1} = \frac{n}{n+1}a_n$ ,所以  $a_{15} = \frac{14}{15}a_{14} = \frac{14}{15} \times \frac{13}{14}a_{13} = \frac{14}{15} \times \frac{13}{14} \times \frac{12}{13}a_{12} = \dots$  $= \frac{14}{15} \times \frac{13}{14} \times \frac{12}{13} \times \dots \times \frac{1}{2}a_1 = \frac{a_1}{15} = \frac{1}{15}$ .

故选 C.

5.C

提示:因为  $a_n = \frac{\sqrt{6} + (-1)^n \sqrt{6}}{2}$ , $a_2 = \frac{\sqrt{6} + (-1)^2 \sqrt{6}}{2}, a_3 = \frac{\sqrt{6} + (-1)^3 \sqrt{6}}{2}$ , $a_4 = \frac{\sqrt{6} + (-1)^4 \sqrt{6}}{2}$ , 所以该数列的一个通项公式是  $a_n = \frac{\sqrt{6} + (-1)^n \sqrt{6}}{2} (n \in \mathbf{N}_+)$ . 故选 C.

6.A

提示:设  $\frac{a_n+1}{2^n} = k (k \text{ 为常数})$ , 所以  $a_n = k \cdot 2^n - n$ , 因为 $a_n > 0$ , 所以  $k > \frac{n}{2^n}$ , 易得  $k > \frac{1}{2}$ .因为  $a_n - a_{n-1} = k \cdot 2^n - n - k \cdot 2^{n-1} - (n-1) = \frac{1}{2} \times 2^{n-1} - 1 = 0 (n \geq 2)$ , 所以  $a_n - a_{n-1} > 0 (n \geq 2)$ , 即  $a_n > a_{n-1} (n \geq 2)$ , 所以数列  $\{a_n\}$  是递增数列.

故选 A.

7.A

提示:数列  $\{a_n\}$  中, 对任意  $n \in \mathbf{N}_+$ ,  $a_n > 0$ , 则  $S_n = S_{n-1} + a_n > S_{n-1}, n \geq 2$ .所以数列  $\{S_n\}$  是递增数列, 充分性成立;当数列  $\{S_n\}$  为递增数列时,  $S_n > S_{n-1}, n \geq 2$ , 即  $S_{n-1} + a_n > S_{n-1}$ , 所以  $a_n > 0 (n \geq 2)$ , 如数列  $\{a_n\}$  为  $-1, 2, 2, 2, \dots$ ,不满足“对任意  $n \in \mathbf{N}_+, a_n > 0$ ”, 故必要性不成立.所以“对任意  $n \in \mathbf{N}_+, a_n > 0$ ”是“数列  $\{S_n\}$  为递增数列”的充分不必要条件. 故选 A.

8.B

提示:因为数列  $\{a_n\}$  的通项公式为  $a_n = n + \frac{\lambda}{n}$ , 数列 $\{a_n\}$  是递增数列,所以  $a_{n+1} - a_n = n+1 + \frac{\lambda}{n+1} - n - \frac{\lambda}{n} = \frac{-\lambda}{n(n+1)} + 1 > 0, n \in \mathbf{N}$ , 恒成立, 即  $\lambda < n^2 + n, n \in \mathbf{N}$ , 恒成立, 而  $n^2 + n, n \in \mathbf{N}$ , 随  $n$ 的增大而增大, 即当  $n=1$  时,  $n^2 + n, n \in \mathbf{N}$ , 取得最小值 2, 则  $\lambda < 2$ , 所以实数  $\lambda$  的取值范围是  $(-\infty, 2)$ . 故选 B.公差为  $d$ , 由等差数列的性质, 得  $a_1 + a_6 = a_2 + a_5$ ,①若  $a_1, a_6$  为方程  $x^2 - 2x + m = 0$  的两根, 则  $a_2, a_5$  为方程  $x^2 - 2x + n = 0$  的两根,由韦达定理可得  $a_1 + a_6 = \frac{1}{4} + a_6 = 2$ , 所以  $a_6 = \frac{7}{4}, d =$  $\frac{a_6 - a_1}{3} = \frac{1}{2}$ , 则  $a_2 = \frac{3}{4}, a_5 = \frac{5}{4}$ ,此时  $m = a_1 a_6 = \frac{7}{16}, n = a_2 a_5 = \frac{15}{16}$ , 则  $m - n = -\frac{1}{2}$ ;②若  $a_1, a_6$  为  $x^2 - 2x + n = 0$  的两根, 则  $a_2, a_5$  为方程  $x^2 - 2x + m = 0$  的两根,同理可得  $m = \frac{15}{16}, n = \frac{7}{16}$ , 则  $m - n = \frac{1}{2}$ .综上所述,  $m - n = \pm \frac{1}{2}$ . 故选 BD.12.AD 提示:对于 A, 因为等比数列  $\{a_n\}$  的公比为  $q$ , 且  $a_1 > 1, a_{1012} a_{1013} > 1, (a_{1012} - 1)(a_{1013} - 1) < 0$ , 所以  $a_{1012} > 1, 0 < a_{1013} < 1$ , 所以  $q \in (0, 1)$ , 故 A 正确;对于 B, 因为  $a_{1012} a_{1014} = a_{1013}^2 < 1$ , 所以  $a_{1012} a_{1014} - 1 < 0$ , 故 B 错误; 对于 C, 当  $n \leq 1012$  时,  $a_n > 1$ , 当  $n \geq 1013$  时, $a_n < 1$ , 则  $T_n$  的最大值为  $T_{1012}$ , 故 C 错误;对于 D,  $T_{2023} = a_{2023} > 1, T_{2024} = (a_{1012} a_{1013})^{1012} > 1, T_{2025} = (a_{1013})^{2025} < 1$ , 所以使  $T_n < 1$  成立的最小自然数  $n = 2025$ , 故 D 正确. 故选 AD.

## 三、填空题

13.24 提示:因为  $\{a_n\}$  为等差数列, 所以  $a_1 + a_5 = a_2 + a_4 = 2a_3$ ,所以  $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 5a_3 = 120$ , 解得  $a_3 = 24$ , 又  $a_3 + a_7 = 2a_5$ , 所以  $2a_5 - a_3 = a_5 = 24$ .14.2 提示:设等比数列  $\{a_n\}$  的公比为  $q$ ,则  $S_6 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = (a_1 + a_2 + a_3) + q^3 (a_1 + a_2 + a_3) = S_3(1 + q^3)$ ,所以  $q^3 = \frac{S_6}{S_3} - 1 = 8$ , 则  $q = 2$ , 又因为  $S_3 = \frac{a_1(1-2^3)}{1-2} =$  $7a_1 = \frac{7}{4}$ , 得  $a_1 = \frac{1}{4}$ , 则  $a_n = a_1 q^{n-1} = \frac{1}{4} \times 2^{n-1} = 2^{n-2}$ , 由对数的运算性质以及等比中项的性质可得 $\log_2 a_1 + \log_2 a_2 = \log_2 (a_1 a_2) = \log_2 a_1^2 = \log_2 2^2 = 2$ .15. $\frac{8}{3}$  提示:因为等差数列  $\{a_n\}$  的首项  $a_1 = -1$ , 公差  $d = 1$ , 所以  $a_n = -1 + n - 1 = n - 2, S_n = n + \frac{n(n-1)}{2} = \frac{n^2 - 3n}{2}$ ,所以  $b_n = \frac{2S_n + 8}{a_n + 2} = \frac{n^2 - 3n + 8}{n} = n + \frac{8}{n} - 3$ , 结合对勾函数的性质及  $n \in \mathbf{N}$ , 知, 当  $n = 3$  时,  $b_n$  取得最小值, 最小值为  $\frac{8}{3}$ .16. $\frac{2023}{4047}$  提示:已知等比数列  $\{a_n\}$  各项均为正数,  $a_2, a_4$  为方程  $x^2 + mx + 16 = 0$  ( $m$  为常数) 的两根, 则  $a_2 a_4 = 16$ , 即  $a_1^2 q^4 = 16$ , 又  $a_1 = 1, q > 0$ , 所以  $q = 2$ , 所以  $S_n = \frac{1-2^n}{1-2} = 2^n - 1$ , 则  $b_n = \log_{\sqrt{2}} 2^n = 2n$ .所以  $\frac{1}{b_n^2 - 1} = \frac{1}{4n^2 - 1} = \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right)$ ,所以数列  $\left\{ \frac{1}{b_n^2 - 1} \right\}$  的前 2023 项和为  $\frac{1}{2} \left[ \left( 1 - \frac{1}{3} \right) + \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \dots + \left( \frac{1}{4045} - \frac{1}{4047} \right) \right] = \frac{2023}{4047}$ .

## 四、解答题

17.解:(1)设等差数列  $\{a_n\}$  的公差为  $d (d \neq 0)$ , 由  $a_1, a_{11}, a_{13}$  成等比数列, 得  $a_1^2 = a_1 a_{13}$ , 即  $(a_1 + 10d)^2 = a_1(a_1 + 12d)$ , 化简为  $d(2a_1 + 25d) = 0$ ,又  $a_1 = 25, d \neq 0$ , 所以  $d = -2$ , 所以  $a_n = 25 + (n-1) \times (-2) = -2n + 27$ .(2)由(1)可知,  $a_1 + a_4 + a_7 + \dots + a_{38} = 25 + 19 + 13 + \dots + (-89) = \frac{20}{2} \times (25 - 89) = -640$ .18.解:(1)设正项等比数列  $\{a_n\}$  的公比为  $q$ , 因为  $a_5 = a_1 \cdot a_9 = 16$ , 所以  $a_5 = a_1 \cdot q^4 = 4$ ,因为  $\frac{a_2 + a_3}{a_1 + a_4} = \frac{a_1 q + a_1 q^2}{a_1 + a_1 q^3} = q^2 = \frac{1}{8}$ , 所以  $q = \frac{1}{2}$ ,因为  $a_5 = a_1 \times \left( \frac{1}{2} \right)^4 = 4$ , 所以  $a_1 = 16$ , 所以  $a_n = a_1 \cdot q^{n-1} = 16 \times \left( \frac{1}{2} \right)^{n-1}$ .(2)因为  $a_n$  随着  $n$  的增大而减小, 所以  $T_n$  最大时, 需要  $a_n$  是最后一项大于 1 的数,当  $a_n \geq 1$  时, 得  $16 \times \left( \frac{1}{2} \right)^{n-1} \geq 1$ , 所以  $n \leq 11$ ,所以当  $n = 11$  时,  $T_n$  有最大值  $T_{11} = a_1 a_2 a_3 \dots a_{11} = (a_6)^{11} = \left[ 16 \times \left( \frac{1}{2} \right)^5 \right]^{11} = 2^{55}$ .19.解:(1)在等差数列  $\{a_n\}$  中, 设其公差为  $d$ , 因为  $a_2 = 11, S_{10} = 40$ ,

## 第 4 期

## 第 2~3 版章节测试参考答案

## 一、单项选择题

1.C 提示:设数列  $7, 10, 13, 16, \dots$  为数列  $\{a_n\}$ , 则数列  $\{a_n\}$  是以 7 为首项, 3 为公差的等差数列, 其通项公式为  $a_n = 7 + 3(n-1) = 3n + 4$ , 令  $3n + 4 = 82$ , 解得  $n = 26$ .

故选 C.

2.A 提示:设数列  $\{a_n\}$  公差为  $d$ , 则  $a_1 + a_2 + a_3 = 3a_1 + 3d = 6$ , 解得  $d = -1$ , 所以  $a_3 + a_4 + a_5 = 3a_1 + 9d = 0$ . 故选 A.3.B 提示:因为  $\{a_n\}$  为正项等比数列, 所以  $a_6 = \sqrt{a_3 a_9} = 8$ , 又  $a_2 + a_6 = 10$ , 所以  $a_2 = 10 - 8 = 2$ ,所以  $a_4 = \sqrt{a_2 a_6} = \sqrt{2 \times 8} = 4$ . 故选 B.4.D 提示:由  $S_{n+1} = 3S_n + 2$ , 得  $S_n = 3S_{n-1} + 2 (n \geq 2)$ , 所以  $S_{n+1} - S_n = 3S_n - 3S_{n-1}$ , 得  $a_{n+1} = 3a_n$ ,所以等比数列  $\{a_n\}$  的公比为  $q = 3$ , 所以由  $S_{n+1} = 3S_n + 2$ , 得  $\frac{a_1(1-3^{n+1})}{1-3} = 3 \cdot \frac{a_1(1-3^n)}{1-3} + 2$ ,所以  $a_1(3^{n+1} - 1) = 3a_1(3^n - 1) + 4$ , 解得  $a_1 = 2$ , 所以  $S_5 = \frac{2 \times (1-3^5)}{1-3} = 3^5 - 1 = 242$ . 故选 D.5.A 提示:设  $b_n = a_n + a_{n+1} + a_{n+2}$ , 由题意知  $\{b_n\}$  是公差为 1 的等差数列, 则  $b_1 = a_1 + a_2 + a_3 = 9$ ,故  $b_n = 9 + (n-1) \times 1 = n + 8$ , 则  $b_2 + b_3 + \dots + b_{38} = (2+8) + (5+8) + \dots + (38+8) = 13 \times 8 + \frac{13 \times (2+38)}{2} = 364$ ,于是  $S_{40} = a_1 + (a_2 + a_3 + a_4) + (a_5 + a_6 + a_7) + \dots + (a_{38} + a_{39} + a_{40}) = a_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{38} = 2 + 364 = 366$ . 故选 A.6.B 提示:由题意得, 分到的钱数构成以 3 为首项, 1 为公差的等差数列, 设有  $n$  人,则  $3n + \frac{n(n-1)}{2} \times 1 = 10n$ , 整理得  $n^2 - 15n = 0$ , 故  $n = 15$ . 故选 B.7.D 提示:由  $a_{n+1} = \begin{cases} 2a_n, 0 \leq a_n < \frac{1}{2}, \\ 2a_n - 1, \frac{1}{2} \leq a_n < 1, \end{cases} a_1 = \frac{1}{5}$ , 得  $a_2 =$  $\frac{2}{5}, a_3 = \frac{4}{5}, a_4 = \frac{3}{5}, a_5 = \frac{1}{5}, \dots$ , 可得数列  $\{a_n\}$  是以 4 为周期的周期数列, 所以  $a_{3023} = a_{905 \times 4 + 3} = a_3 = \frac{4}{5}$ . 故选 D.8.D 提示:由题意知, 当  $n = 1$  时,  $a_1 = \frac{2}{3}$ , 当  $n \geq 2$  时, 由  $a_1 + 3a_2 + 9a_3 + \dots + 3^{n-1}a_n = \frac{n+1}{3}$ , 可得  $a_1 + 3a_2 + 9a_3 + \dots + 3^{n-2}a_{n-1} = \frac{n}{3}$ , 两式相减, 可得  $3^{n-1}a_n = \frac{n+1}{3} - \frac{n}{3} = \frac{1}{3}$ , 解得  $a_n = \frac{1}{3^n}$ .因为当  $n = 1$  时,  $a_1 = \frac{2}{3}$  不满足上式,所以  $a_n = \begin{cases} \frac{2}{3}, n=1, \\ \frac{1}{3^n}, n \geq 2, \end{cases}$  则当  $n = 1$  时,  $S_1 = a_1 = \frac{2}{3}$ ,当  $n \geq 2$  时,  $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = \frac{2}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^n} = \frac{1}{3} + \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{3^{n+1}}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{5}{6} - \frac{1}{2 \cdot 3^n}$ .因为当  $n = 1$  时,  $S_1 = \frac{2}{3}$  也满足上式, 所以  $S_n = \frac{5}{6} - \frac{1}{2 \cdot 3^n}, n \in \mathbf{N}_+$ , 因为  $S_n = \frac{5}{6} - \frac{1}{2 \cdot 3^n} < \frac{5}{6}$ , 且  $S_n < k$  对任意  $n \in \mathbf{N}$  恒成立, 所以  $k \geq \frac{5}{6}$ , 即实数  $k$  的最小值为  $\frac{5}{6}$ . 故选 D.

## 二、多项选择题

9.BD 提示:因为  $1, a, b, c, 16$  成等比数列, 设该数列的公比为  $q$ , 则  $1 \times q^4 = 16$ , 解得  $q = \pm 2$ ,当  $q = 2$  时,  $a = 2, b = 4, c = 8, ac = 16$ ; 当  $q = -2$  时,  $a = -2, b = 4, c = -8, ac = 16$ . 故选 BD.10.AC 提示:设等差数列  $\{a_n\}$  的公差为  $d, a_1 + 5a_3 = S_7$ , 则  $a_1 + 5(a_1 + 2d) = 7a_1 + 10d = 0$ , 化简得  $a_1 + 11d = a_{12} = 0$ . 故 A 正确; 由于无法判断公差  $d$  的正负, 不能确定  $S_{12}$  最小, 故 B 错误; $S_{15} - S_8 = a_9 + a_{10} + a_{11} + a_{12} + a_{13} + a_{14} + a_{15} = 7a_{12} = 0$ , 即  $S_8 = S_{15}$ , 故 C 正确; $S_{23} = \frac{23(a_1 + a_{23})}{2} = 23a_{12} = 0$ . 故 D 错误. 故选 AC.11.BD 提示:设方程  $(x^2 - 2x + m)(x^2 - 2x + n) = 0$  的四根分别为  $a_1, a_2, a_3, a_4$ ,则数列  $a_1, a_2, a_3, a_4$  是首项为  $\frac{1}{4}$  的等差数列, 设其

第 2 期  
第 3~4 版同步周测参考答案  
一、单项选择题

1.D  
提示：等差数列  $\{a_n\}$  中， $a_2+a_3+a_4+a_5+a_6=5a_4=90$ ，所以  $a_4=18$ ，所以  $a_1+a_7=2a_4=36$ .故选 D.

2.C  
提示：等差数列  $\{a_n\}$  中， $a_2+a_6=2a_4=10$ ，所以  $a_4=5$ ， $a_4a_8=5a_6=45$ ，

故  $a_8=9$ ，所以公差  $d=\frac{a_8-a_4}{8-4}=1$ ， $a_1=a_4-3d=5-3=2$ ，所以

$S_9=S_4+\frac{5\times 4}{2}d=10+10=20$ .故选 C.

3.C  
提示：因为数列  $\{S_n\}$  的最大项是第 20 项和第 21 项，根据  $S_n$  的对称性，

所以  $S_{20}=S_{21}$ ，整理得  $20a_1+\frac{20\times 19}{2}d=21a_1+\frac{21\times 20}{2}d$ ，

故  $a_1+20d=0$ ，即  $a_{21}=0$ ，

故  $a_{21}=a_{10}+11d=0$ ，因为数列  $\{a_n\}$  的公差为  $-2$ ，所以  $a_{10}=22$ .故选 C.

4.B  
提示：对于数列  $\left\{\frac{2}{a_n+1}\right\}$ ，因为  $a_1=1$ ， $a_n=-\frac{1}{2}$ ，所以

以  $\frac{2}{1+a_1}=1$ ， $\frac{2}{1+a_n}=4$ ，

设等差数列  $\left\{\frac{2}{a_n+1}\right\}$  的公差为  $d$ ，则  $3d=4-1=3$ ，得

$d=1$ ，所以  $\frac{2}{1+a_{2023}}=1+2022d=2023$ ，所以  $a_{2023}=-\frac{2021}{2023}$ .故选 B.

5.C  
提示：若  $\{a_n\}$  是等差数列，设数列  $\{a_n\}$  的首项为  $a_1$ ，

公差为  $d$ ，则  $S_n=na_1+\frac{n(n-1)}{2}d$ ，即  $\frac{S_n}{n}=a_1+\frac{n-1}{2}d=\frac{d}{2}n+$

$a_1-\frac{d}{2}$ ，故  $\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$  为等差数列，即甲是乙的充分条件.

反之，若  $\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$  为等差数列，则可设  $\frac{S_{n+1}}{n+1}-\frac{S_n}{n}=D$ ，则

$\frac{S_n}{n}=S_1+(n-1)D$ ，即  $S_n=nS_1+n(n-1)D$ ，

当  $n\geq 2$  时，有  $S_{n-1}=(n-1)S_1+(n-1)(n-2)D$ ，

两式相减，得  $a_n=S_n-S_{n-1}=S_1+2(n-1)D$ ，

当  $n=1$  时，上式成立，所以  $a_n=a_1+2(n-1)D$ ，则  $a_{n+1}-$

$a_n=a_1+2nD-[a_1+2(n-1)D]=2D$  (常数)，

所以数列  $\{a_n\}$  为等差数列，即甲是乙的必要条件.

综上所述，甲是乙的充要条件.故选 C.

6.A 提示：因为  $a_8, a_9$  是方程  $x^2+x-2023=0$  的两根，所以  $a_8+a_9=-1$ ， $a_8^*a_9=-2023$ ，又  $a_1>0$ ，所以  $a_8>0, a_9<0$ ，所以  $S_{16}=\frac{(a_1+a_{16})\times 16}{2}=8(a_8+a_9)=-8<0$ ， $S_{15}=\frac{(a_1+a_{15})\times 15}{2}=15a_8>0$ ，所以能使  $S_n>0$  成立的  $n$  的最大值为 15.故选 A.

7.A  
提示：由题意知，可将李白在每家店饮酒后所剩酒量构成一个数列  $\{a_n\}$ ，

则李白在每家店饮酒后所剩酒量均为在前一家店饮酒后所剩酒量的 2 倍减去 5，

即  $a_{n+1}=2a_n-5$ ，因为  $a_1=6\times 2-5=7$ ，所以  $a_2=2a_1-5=2\times 7-5=9$ ， $a_3=2a_2-5=2\times 9-5=13$ ，

$a_4=2a_3-5=2\times 13-5=21$ ， $a_5=2a_4-5=2\times 21-5=37$ ，

故李白在第 5 家店饮酒后所剩酒量是 37 升.故选 A.

8.C  
提示：设  $S_n$  为等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和，且  $\forall n\in \mathbf{N}_+$ ，都有  $\frac{S_n}{n}>\frac{S_{n+1}}{n+1}$ ，

整理得  $\frac{n(a_1+a_n)}{2n}>\frac{(n+1)(a_1+a_{n+1})}{2(n+1)}$ ，化简得  $a_n>a_{n+1}$ ，

故数列  $\{a_n\}$  为单调递减数列.

因为  $a_5a_6<0$ ，所以  $a_7>0, a_8<0$ .故  $S_n$  的最大值是  $S_7$ .故选 C.

二、多项选择题

9.ABD  
提示：由  $4-1=7-4=10-7=3$ ，得数列 1, 4, 7, 10 是等差数列，故 A 正确；

由  $\lg 4-\lg 2=\lg 8-\lg 4=\lg 16-\lg 8=\lg 2$ ，得数列  $\lg 2, \lg 4, \lg 8, \lg 16$  是等差数列，故 B 正确；

因为  $2^1\cdot 2^2=-16\neq 2^3\cdot 2^4=-8$ ，所以数列  $2^5, 2^4, 2^3, 2^2$  不是等差数列，故 C 错误；

由  $8-10=6-8=4-6=2-4=-2$ ，得数列 10, 8, 6, 4, 2 是等差数列，故 D 正确.故选 ABD.

10.ABD  
提示：等差数列  $\{a_n\}$  中， $(a_5+a_6+a_7+a_8)(a_6+a_7+a_8)<0$ ，所以  $2(a_6+a_7)\cdot 3a_7<0$ ，即  $(a_6+a_7)\cdot a_7<0$ ，所以  $a_6a_7+a_7^2<0$ ，所以  $a_6a_7<0$ ，

又因为  $a_1>0$ ，所以  $a_6>0, a_7<0$ ，所以  $a_6+a_7>0$ ，所以  $S_{12}=\frac{12(a_1+a_{12})}{2}=6(a_7+a_7)>0$ ，故 A 正确，B 正确，D 正确；

又  $S_{15}=13a_8<0$ ，故 C 错误.故选 ABD.

11.AD  
提示：对于 A，等差数列  $\{a_n\}$  中，设公差为  $d$ ，则  $S_n=$

$4a_1+6d, S_8=8a_1+28d, S_{12}=12a_1+66d$ ，

所以  $S_8-S_4=4a_1+22d, S_{12}-S_8=4a_1+38d$ ，所以  $2(S_8-S_4)=S_8+(S_{12}-S_8)$ ，所以  $S_4, S_8-S_4, S_{12}-S_8$  成等差数列，故 A 正确；

对于 B，因为数列  $\{a_n\}$  的通项公式为  $a_n=26-2n$ ，所以  $a_1=26-2=24$ ，

$a_n-a_{n-1}=(26-2n)-[26-2(n-1)]=-2$ ，所以数列  $\{a_n\}$  是首项为 24，公差为  $-2$  的等差数列，

当  $a_n\geq 0$  时， $n\leq 13$ ，且  $n\in \mathbf{N}_+$ ；当  $a_n<0$  时， $n\geq 14$ ，且  $n\in \mathbf{N}_+$ ，

所以 当  $n=12$  或  $n=13$  时， $\{a_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$  最大，故 B 错误；

对于 C，因为  $\{a_n\}$  是等差数列， $S_{10}=S_{20}$ ，所以  $S_{30}-S_{10}=\frac{10(a_1+a_{30})}{2}=5(a_{15}+a_{16})=0$ ，即  $a_{15}+a_{16}=0$ ，因为  $a_{15}>0$ ， $a_{16}<0$ ，所以  $S_{30}=\frac{30(a_1+a_{30})}{2}=15(a_{15}+a_{16})=0$ ，

$S_{31}=\frac{31}{2}(a_1+a_{31})=31a_{16}<0$ ，所以 当  $n\geq 31$  时， $S_n<0$ ，故 C 错误；

对于 D，因为 数列  $\{a_n\}$  为等差数列， $S_{15}>0, S_{16}<0$ ，

所以  $S_{15}=\frac{15}{2}(a_1+a_{15})=15a_{16}>0$ ，即  $a_{16}>0, S_{16}=8(a_1+a_{16})=8(a_1+a_{16})<0$ ，

即  $a_1+a_{16}<0$ ，所以  $a_8<0$ ，所以  $n=8$  时， $S_n$  最大，故 D 正确.故选 AD.

12.ACD  
提示：由题意可得  $\frac{S_{2n-1}}{T_{2n-1}}=\frac{\frac{(2n-1)(a_1+a_{2n-1})}{2}}{\frac{(2n-1)(b_1+b_{2n-1})}{2}}=\frac{a_n}{b_n}$ ，

又  $\frac{a_n}{b_n}=\frac{S_{2n-1}}{T_{2n-1}}=\frac{3(2n-1)+39}{(2n-1)+3}=\frac{3n+18}{n+1}=3+\frac{15}{n+1}$ ，由  $\frac{a_n}{b_n}$  为整数，可知  $n+1$  为 15 的正约数，则  $n+1$  的可能取值为 3, 5, 15，因此，正整数  $n$  的可能取值为 2, 4, 14.故选 ACD.

三、填空题

13.2  
提示：设等差数列  $\{a_n\}$  的公差为  $d$ ，

因为  $S_3+2a_{17}=42$ ，所以  $S_3+2a_{17}=S_4+10d+2a_1+32d=7(a_1+6d)=42$ ，

所以  $a_1+6d=a_7=6$ ，又  $a_4=4$ ，所以  $d=a_7-a_4=2$ ，

14.4  
提示：设每一层的球数构成数列  $\{a_n\}$ ，由题意得，

$a_1=1, a_2-a_1=2, a_3-a_2=3, \dots, a_n-a_{n-1}=n$ ，以上  $n$  个式子累加得  $a_n=1+2+\dots+n=\frac{n(n+1)}{2}$  ( $n\geq 2$ )，又  $a_1=1$  满足上式，所以  $a_n=\frac{n(n+1)}{2}$ ，所以  $S_7=a_1+a_2+\dots+a_7=1+3+6+10+15+21+28=84$ ，

$S_8=a_1+a_2+\dots+a_8=1+3+6+10+15+21+28+36=114$ ，所以  $S_7=a_1+a_2+\dots+a_7=1+3+6+10+15+21+28=84$ ，

$S_9=a_1+a_2+\dots+a_9=1+3+6+10+15+21+28+36+45=159$ ，所以  $S_8=114$ ，所以  $S_9-S_8=45$ ，所以  $a_9=45$ ，所以  $S_9=159$ ，所以  $S_{10}=159+50=209$ ，所以  $S_{10}-S_9=50$ ，所以  $a_{10}=50$ ，所以  $S_{10}=209$ ，所以  $S_{11}=209+55=264$ ，所以  $S_{11}-S_{10}=55$ ，所以  $a_{11}=55$ ，所以  $S_{11}=264$ ，所以  $S_{12}=264+60=324$ ，所以  $S_{12}-S_{11}=60$ ，所以  $a_{12}=60$ ，所以  $S_{12}=324$ ，所以  $S_{13}=324+65=389$ ，所以  $S_{13}-S_{12}=65$ ，所以  $a_{13}=65$ ，所以  $S_{13}=389$ ，所以  $S_{14}=389+70=459$ ，所以  $S_{14}-S_{13}=70$ ，所以  $a_{14}=70$ ，所以  $S_{14}=459$ ，所以  $S_{15}=459+75=534$ ，所以  $S_{15}-S_{14}=75$ ，所以  $a_{15}=75$ ，所以  $S_{15}=534$ ，所以  $S_{16}=534+80=614$ ，所以  $S_{16}-S_{15}=80$ ，所以  $a_{16}=80$ ，所以  $S_{16}=614$ ，所以  $S_{17}=614+85=699$ ，所以  $S_{17}-S_{16}=85$ ，所以  $a_{17}=85$ ，所以  $S_{17}=699$ ，所以  $S_{18}=699+90=789$ ，所以  $S_{18}-S_{17}=90$ ，所以  $a_{18}=90$ ，所以  $S_{18}=789$ ，所以  $S_{19}=789+95=884$ ，所以  $S_{19}-S_{18}=95$ ，所以  $a_{19}=95$ ，所以  $S_{19}=884$ ，所以  $S_{20}=884+100=984$ ，所以  $S_{20}-S_{19}=100$ ，所以  $a_{20}=100$ ，所以  $S_{20}=984$ ，所以  $S_{21}=984+105=1089$ ，所以  $S_{21}-S_{20}=105$ ，所以  $a_{21}=105$ ，所以  $S_{21}=1089$ ，所以  $S_{22}=1089+110=1199$ ，所以  $S_{22}-S_{21}=110$ ，所以  $a_{22}=110$ ，所以  $S_{22}=1199$ ，所以  $S_{23}=1199+115=1314$ ，所以  $S_{23}-S_{22}=115$ ，所以  $a_{23}=115$ ，所以  $S_{23}=1314$ ，所以  $S_{24}=1314+120=1434$ ，所以  $S_{24}-S_{23}=120$ ，所以  $a_{24}=120$ ，所以  $S_{24}=1434$ ，所以  $S_{25}=1434+125=1559$ ，所以  $S_{25}-S_{24}=125$ ，所以  $a_{25}=125$ ，所以  $S_{25}=1559$ ，所以  $S_{26}=1559+130=1689$ ，所以  $S_{26}-S_{25}=130$ ，所以  $a_{26}=130$ ，所以  $S_{26}=1689$ ，所以  $S_{27}=1689+135=1824$ ，所以  $S_{27}-S_{26}=135$ ，所以  $a_{27}=135$ ，所以  $S_{27}=1824$ ，所以  $S_{28}=1824+140=1964$ ，所以  $S_{28}-S_{27}=140$ ，所以  $a_{28}=140$ ，所以  $S_{28}=1964$ ，所以  $S_{29}=1964+145=2109$ ，所以  $S_{29}-S_{28}=145$ ，所以  $a_{29}=145$ ，所以  $S_{29}=2109$ ，所以  $S_{30}=2109+150=2259$ ，所以  $S_{30}-S_{29}=150$ ，所以  $a_{30}=150$ ，所以  $S_{30}=2259$ ，所以  $S_{31}=2259+155=2414$ ，所以  $S_{31}-S_{30}=155$ ，所以  $a_{31}=155$ ，所以  $S_{31}=2414$ ，所以  $S_{32}=2414+160=2574$ ，所以  $S_{32}-S_{31}=160$ ，所以  $a_{32}=160$ ，所以  $S_{32}=2574$ ，所以  $S_{33}=2574+165=2739$ ，所以  $S_{33}-S_{32}=165$ ，所以  $a_{33}=165$ ，所以  $S_{33}=2739$ ，所以  $S_{34}=2739+170=2909$ ，所以  $S_{34}-S_{33}=170$ ，所以  $a_{34}=170$ ，所以  $S_{34}=2909$ ，所以  $S_{35}=2909+175=3084$ ，所以  $S_{35}-S_{34}=175$ ，所以  $a_{35}=175$ ，所以  $S_{35}=3084$ ，所以  $S_{36}=3084+180=3264$ ，所以  $S_{36}-S_{35}=180$ ，所以  $a_{36}=180$ ，所以  $S_{36}=3264$ ，所以  $S_{37}=3264+185=3449$ ，所以  $S_{37}-S_{36}=185$ ，所以  $a_{37}=185$ ，所以  $S_{37}=3449$ ，所以  $S_{38}=3449+190=3639$ ，所以  $S_{38}-S_{37}=190$ ，所以  $a_{38}=190$ ，所以  $S_{38}=3639$ ，所以  $S_{39}=3639+195=3834$ ，所以  $S_{39}-S_{38}=195$ ，所以  $a_{39}=195$ ，所以  $S_{39}=3834$ ，所以  $S_{40}=3834+200=4034$ ，所以  $S_{40}-S_{39}=200$ ，所以  $a_{40}=200$ ，所以  $S_{40}=4034$ ，所以  $S_{41}=4034+205=4239$ ，所以  $S_{41}-S_{40}=205$ ，所以  $a_{41}=205$ ，所以  $S_{41}=4239$ ，所以  $S_{42}=4239+210=4449$ ，所以  $S_{42}-S_{41}=210$ ，所以  $a_{42}=210$ ，所以  $S_{42}=4449$ ，所以  $S_{43}=4449+215=4664$ ，所以  $S_{43}-S_{42}=215$ ，所以  $a_{43}=215$ ，所以  $S_{43}=4664$ ，所以  $S_{44}=4664+220=4884$ ，所以  $S_{44}-S_{43}=220$ ，所以  $a_{44}=220$ ，所以  $S_{44}=4884$ ，所以  $S_{45}=4884+225=5109$ ，所以  $S_{45}-S_{44}=225$ ，所以  $a_{45}=225$ ，所以  $S_{45}=5109$ ，所以  $S_{46}=5109+230=5339$ ，所以  $S_{46}-S_{45}=230$ ，所以  $a_{46}=230$ ，所以  $S_{46}=5339$ ，所以  $S_{47}=5339+235=5574$ ，所以  $S_{47}-S_{46}=235$ ，所以  $a_{47}=235$ ，所以  $S_{47}=5574$ ，所以  $S_{48}=5574+240=5814$ ，所以  $S_{48}-S_{47}=240$ ，所以  $a_{48}=240$ ，所以  $S_{48}=5814$ ，所以  $S_{49}=5814+245=6059$ ，所以  $S_{49}-S_{48}=245$ ，所以  $a_{49}=245$ ，所以  $S_{49}=6059$ ，所以  $S_{50}=6059+250=6309$ ，所以  $S_{50}-S_{49}=250$ ，所以  $a_{50}=250$ ，所以  $S_{50}=6309$ ，所以  $S_{51}=6309+255=6564$ ，所以  $S_{51}-S_{50}=255$ ，所以  $a_{51}=255$ ，所以  $S_{51}=6564$ ，所以  $S_{52}=6564+260=6824$ ，所以  $S_{52}-S_{51}=260$ ，所以  $a_{52}=260$ ，所以  $S_{52}=6824$ ，所以  $S_{53}=6824+265=7089$ ，所以  $S_{53}-S_{52}=265$ ，所以  $a_{53}=265$ ，所以  $S_{53}=7089$ ，所以  $S_{54}=7089+270=7359$ ，所以  $S_{54}-S_{53}=270$ ，所以  $a_{54}=270$ ，所以  $S_{54}=7359$ ，所以  $S_{55}=7359+275=7634$ ，所以  $S_{55}-S_{54}=275$ ，所以  $a_{55}=275$ ，所以  $S_{55}=7634$ ，所以  $S_{56}=7634+280=7914$ ，所以  $S_{56}-S_{55}=280$ ，所以  $a_{56}=280$ ，所以  $S_{56}=7914$ ，所以  $S_{57}=7914+285=8199$ ，所以  $S_{57}-S_{56}=285$ ，所以  $a_{57}=285$ ，所以  $S_{57}=8199$ ，所以  $S_{58}=8199+290=8489$ ，所以  $S_{58}-S_{57}=290$ ，所以  $a_{58}=290$ ，所以  $S_{58}=8489$ ，所以  $S_{59}=8489+295=8784$ ，所以  $S_{59}-S_{58}=295$ ，所以  $a_{59}=295$ ，所以  $S_{59}=8784$ ，所以  $S_{60}=8784+300=9084$ ，所以  $S_{60}-S_{59}=300$ ，所以  $a_{60}=300$ ，所以  $S_{60}=9084$ ，所以  $S_{61}=9084+305=9389$ ，所以  $S_{61}-S_{60}=305$ ，所以  $a_{61}=305$ ，所以  $S_{61}=9389$ ，所以  $S_{62}=9389+310=9699$ ，所以  $S_{62}-S_{61}=310$ ，所以  $a_{62}=310$ ，所以  $S_{62}=9699$ ，所以  $S_{63}=9699+315=10014$ ，所以  $S_{63}-S_{62}=315$ ，所以  $a_{63}=315$ ，所以  $S_{63}=10014$ ，所以  $S_{64}=10014+320=10334$ ，所以  $S_{64}-S_{63}=320$ ，所以  $a_{64}=320$ ，所以  $S_{64}=10334$ ，所以  $S_{65}=10334+325=10659$ ，所以  $S_{65}-S_{64}=325$ ，所以  $a_{65}=325$ ，所以  $S_{65}=10659$ ，所以  $S_{66}=10659+330=10989$ ，所以  $S_{66}-S_{65}=330$ ，所以  $a_{66}=330$ ，所以  $S_{66}=10989$ ，所以  $S_{67}=10989+335=11324$ ，所以  $S_{67}-S_{66}=335$ ，所以  $a_{67}=335$ ，所以  $S_{67}=11324$ ，所以  $S_{68}=11324+340=11664$ ，所以  $S_{68}-S_{67}=340$ ，所以  $a_{68}=340$ ，所以  $S_{68}=11664$ ，所以  $S_{69}=11664+345=12009$ ，所以  $S_{69}-S_{68}=345$ ，所以  $a_{69}=345$ ，所以  $S_{69}=12009$ ，所以  $S_{70}=12009+350=12359$ ，所以  $S_{70}-S_{69}=350$ ，所以  $a_{70}=350$ ，所以  $S_{70}=12359$ ，所以  $S_{71}=12359+355=12714$ ，所以  $S_{71}-S_{70}=355$ ，所以  $a_{71}=355$ ，所以  $S_{71}=12714$ ，所以  $S_{72}=12714+360=13074$ ，所以  $S_{72}-S_{71}=360$ ，所以  $a_{72}=360$ ，所以  $S_{72}=13074$ ，所以  $S_{73}=13074+365=13439$ ，所以  $S_{73}-S_{72}=365$ ，所以  $a_{73}=365$ ，所以  $S_{73}=13439$ ，所以  $S_{74}=13439+370=13809$ ，所以  $S_{74}-S_{73}=370$ ，所以  $a_{74}=370$ ，所以  $S_{74}=13809$ ，所以  $S_{75}=13809+375=14184$ ，所以  $S_{75}-S_{74}=375$ ，所以  $a_{75}=375$ ，所以  $S_{75}=14184$ ，所以  $S_{76}=14184+380=14564$ ，所以  $S_{76}-S_{75}=380$ ，所以  $a_{76}=380$ ，所以  $S_{76}=14564$ ，所以  $S_{77}=14564+385=14949$ ，所以  $S_{77}-S_{76}=385$ ，所以  $a_{77}=385$ ，所以  $S_{77}=14949$ ，所以  $S_{78}=14949+390=15339$ ，所以  $S_{78}-S_{77}=390$ ，所以  $a_{78}=390$ ，所以  $S_{78}=15339$ ，所以  $S_{79}=15339+395=15734$ ，所以  $S_{79}-S_{78}=395$ ，所以  $a_{79}=395$ ，所以  $S_{79}=15734$ ，所以  $S_{80}=15734+400=16134$ ，所以  $S_{80}-S_{79}=400$ ，所以  $a_{80}=400$ ，所以  $S_{80}=16134$ ，所以  $S_{81}=16134+405=16539$ ，所以  $S_{81}-S_{80}=405$ ，所以  $a_{81}=405$ ，所以  $S_{81}=16539$ ，所以  $S_{82}=16539+410=16949$ ，所以  $S_{82}-S_{81}=410$ ，所以  $a_{82}=410$ ，所以  $S_{82}=16949$ ，所以  $S_{83}=16949+415=17364$ ，所以  $S_{83}-S_{82}=415$ ，所以  $a_{83}=415$ ，所以  $S_{83}=17364$ ，所以  $S_{84}=17364+420=17784$ ，所以  $S_{84}-S_{83}=420$ ，所以  $a_{84}=420$ ，所以  $S_{84}=17784$ ，所以  $S_{85}=17784+425=18209$ ，所以  $S_{85}-S_{84}=425$ ，所以  $a_{85}=425$ ，所以  $S_{85}=18209$ ，所以  $S_{86}=18209+430=18639$ ，所以  $S_{86}-S_{85}=430$ ，所以  $a_{86}=430$ ，所以  $S_{86}=18639$ ，所以  $S_{87}=18639+435=19074$ ，所以  $S_{87}-S_{86}=435$ ，所以  $a_{87}=435$ ，所以  $S_{87}=19074$ ，所以  $S_{88}=19074+440=19514$ ，所以  $S_{88}-S_{87}=440$ ，所以  $a_{88}=440$ ，所以  $S_{88}=19514$ ，所以  $S_{89}=19514+445=19959$ ，所以  $S_{89}-S_{88}=445$ ，所以  $a_{89}=445$ ，所以  $S_{89}=19959$ ，所以  $S_{90}=19959+450=20409$ ，所以  $S_{90}-S_{89}=450$ ，所以  $a_{90}=450$ ，所以  $S_{90}=20409$ ，所以  $S_{91}=20409+455=20864$ ，所以  $S_{91}-S_{90}=455$ ，所以  $a_{91}=455$ ，所以  $S_{91}=20864$ ，所以  $S_{92}=20864+460=21324$ ，所以  $S_{92}-S_{91}=460$ ，所以 <