

一、单项选择题

1.A
提示:五棱锥有10条棱,三棱台有9条棱,三棱柱有9条棱,四棱锥有8条棱,所以棱数最多的是五棱锥.故选A.

2.D
提示:三棱柱和三棱台各有五个面,不满足要求,排除A,B;四棱柱的侧面均为平行四边形,不满足要求,排除C,故选D.

3.B
提示:根据题意,该零件原胚是在圆台中间挖去一个圆柱后构成的几何体,可以由B中直角梯形绕对称轴(直线l)旋转而成.故选B.

4.A
提示:根据斜二测画法的规则可知,原正方形的直观图是如图所示的平行四边形,其中OC=2,OA=1,∠AOC=45°,所以直观图的面积S=2×1×sin45°=√2.故选A.

5.C
提示:由斜二测画法的规则可知,原图中,OC=OA=OB,且OB⊥OC,可得BC=BA,且∠OBC=∠OBA=45°,所以∠ABC=90°,即AB⊥BC.故△ABC是等腰直角三角形.故选C.

6.D
提示:在直观图中,作B'C'∥y'轴,与x'轴交于点C',则∠B'C'A'=∠y'Ox'=π/4.由∠B'A'O'=π/2, B'A'=2,得B'C'=2√2.所以在原图中,顶点B到x轴的距离为2B'C'=4√2.故选D.

7.D
提示:在直观图中, O'B'=B'C'=2,且∠B'O'C'=45°,则∠O'C'B'=45°,故B'C'⊥O'B', O'C'=2√2.由B'C'=2, A'B'=A'C'=√2,可得A'B'⊥A'C', ∠A'B'C'=45°=∠O'C'B',所以A'B'∥y'轴.

依据题意,在平面直角坐标系中作出△ABC如图所示,其中OB=2,OC=4√2,AB=2√2,且AB⊥x轴,则B(2,0),C(0,4√2),A(2,2√2).设BC的中点为E,则E(1,2√2).所以|AE|=1,即中线AE的长为1.故选D.

8.B
提示:由正八面体的性质可知,每个面均为等边三角形,所以在一个顶点处的四个角均为π/3,故一个顶点的曲率为2π-4×π/3=2π/3.所以正八面体的总曲率为6×2π/3=4π.故选B.

二、多项选择题

9.AB
提示:根据四棱柱的底面是矩形,可知该四棱柱是平行六面体,然后根据四棱柱的侧面都是矩形,可知该四棱柱是长方体.故选AB.

10.ACD
提示:用平行于圆柱、圆锥底面的平面去截圆柱、圆锥可得圆面,用任意平面去截球得到的截面都是圆面.故选ACD.

11.AD
提示:由题意可知, O'A'=√2, A'B'=√2.还原四边形ABCD如图所示,过点D作DH⊥BC于H,则DH=OA=2O'A'=2√2, OB=O'B'=1,则AB=√(OA')²+(O'B')²=3.又OH=AD=A'D'=2,则BH=1,而BC=B'C'=3,所以HC=2,所以DC=√(DH)²+(HC)²=2√3.故选AD.

12.AC
提示:若BC在x轴上,则直观图中B'C'=BC=2√2,故A正确;若BC在y轴上,则B'C'=1/2BC=√2,所以B'C'的长度范围是[√2, 2√2];若以AB,AC为轴,则B'C'=√(2+1)²-2×2×1×cos45°=√5-2√2,故C正确.故选AC.

三、填空题

13.2√2

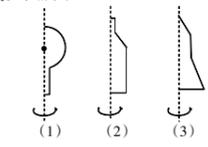
提示:设球心O到该平面的距离为dcm,则d²+2²=(2√3)²,解得d=2√2.

14.D⊆C⊆A⊆B
提示:在题设四种几何体中,包含元素最多的是平行六面体,底面为长方形的直平行六面体是长方体,底面为正方形的长方体是正四棱柱,侧面都是正方形的正四棱柱是正方体,即D⊆C⊆A⊆B.

15.(1-√3, 2√6)
提示:在直观图中,过点C'作C'D'∥y'轴,交x'轴于点D',则A'C'=2,∠C'D'A'=45°,∠D'A'C'=120°,∠D'C'A'=15°.在△A'C'D'中,由正弦定理,得C'D'/sin∠D'A'C'=A'C'/sin∠C'D'A'=A'D'/sin∠D'C'A',所以C'D'=√6, A'D'=√3-1.由斜二测画法的规则,可知原图形中,点C的坐标为(1-√3, 2√6).

16.2
提示:过BC作垂直于四棱锥底面的截面,如图所示,由条件可知DE=3√10, EF=6√2,所以DG=√(DE)²-(EG)²=6√2.又MN的长度为四棱柱底面正方形的对角线长,所以MN=4;PO的长度为四棱柱底面正方形的对角线的一半,所以PO=2.由△DMN∽△DEF,得DO/DC=MN/EF,解得DO=4, DP=DO-PO=2;由△DBC∽△DMN,得BC/MN=DP/DO=1/2,所以BC=2.

四、解答题

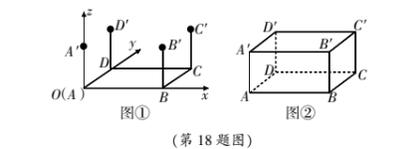
17.解:如图所示:


18.解:(1)画轴如图①,画x轴,y轴,z轴,三轴相交于点O(A),使∠xOy=45°,∠xOz=90°.

(2)画底面.在x轴正半轴上取线段AB,使AB=4cm;在y轴正半轴上取线段AD,使AD=1.5cm.过点B作y轴的平行线,过点D作x轴的平行线,设它们的交点为C,则平行四边形ABCD就是长方体的底面ABCD的直观图.

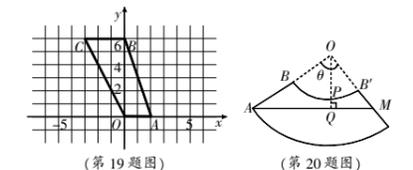
(3)画侧棱.在z轴正半轴上取线段AA',使AA'=2cm,过B,C,D各点分别作z轴的平行线,在这些平行线上分别截取2cm长的线段BB',CC',DD'.

(4)成图.顺次连接A',B',C',D',并加以整理(去掉辅助线,将被遮挡的部分改为虚线),就得到了长方体的直观图,如图②.



19.解:(1)根据题意,由斜二测画法可得四边形OABC如图所示.

(2)根据题意,所得的几何体是由两部分组成的组合体,第一部分是以为2,6为底面半径的圆锥,另一部分是以3为高,6为底面半径的圆柱再挖去同底等高的圆锥所得的几何体.



20.解:(1)如图所示,绳子的最短长度为圆台侧面展开图中AM的长度.因为圆台的上、下底面半径分别为5cm,10cm,所以OB/OB+AB=5/10,又AB=20cm,代入可得OB=20cm,所以OA=40cm,OM=30cm.设∠BOB'=θ,由2×5π=OB·θ,解得θ=π/2.所以AM=√(OA)²+(OM)²=50(cm).所以绳子的最短长度为50cm.

(2)过点O作OQ⊥AM于Q,交BB'于点P,则PQ的长度为所求最短距离.因为△AOM的面积S=1/2OA·OM=1/2AM·OQ,所以OQ=24cm.故PQ=OQ-OP=4(cm),即上底面圆周上的点到绳子的最短距离为4cm.

21.解:(1)由题设,得轴截面SAB的面积为1/2×4√3×SO=4√3,所以SO=2.所以圆锥SO的母线长l=√(2√3)²+2²=4.

(2)在轴截面SAB中,SO=2,SA=4,可得∠ASO=π/3.设∠BSC=θ,当点C与点B重合时,θ=0;当点C与点A重合时,θ=2π/3,则0≤θ≤2π/3,所以△SBC的面积为1/2·l·l·sinθ=8sinθ,所以当θ=π/2时,截面SBC的面积取得最大值,最大值为8.

22.解:(1)根据斜二测画法的规则,可得矩形ABCD(如图1)的直观图为平行四边形A'B'C'D'(如图2).

设OB=a,OD=b,则O'B'=a, O'D'=1/2b, ∠B'O'D'=45°.设原图形的面积为S,直观图的面积为S',则S=ab, S'=a·1/2b·sin45°=√2/4ab,所以S'=√2/4S.

(2)根据斜二测画法的规则,可得平行四边形ABCD(如图3)的直观图为平行四边形A'B'C'D'(如图4).

设OB=a,OE=b,则O'B'=a, O'E'=1/2b, O'B'边上的高为1/2bsin45°=√2/4b,设原图形的面积为S,直观图的面积为S',则S=ab, S'=a·√2/4b=√2/4ab,所以S'=√2/4S.

(3)根据斜二测画法的规则,可得正三角形ABC(如图5)的直观图为△A'B'C'(如图6).

设BC=a,OA=b,则B'C'=a, O'A'=1/2b, B'C'边上的高为1/2bsin45°=√2/4b,设原图形的面积为S,直观图的面积为S',则S=1/2ab, S'=1/2a·√2/4b=√2/4·1/2ab,所以S'=√2/4S.

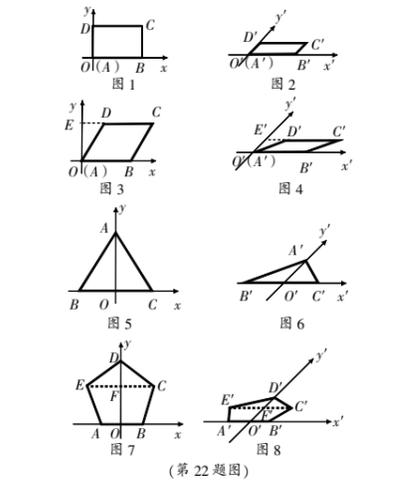
(4)根据斜二测画法的规则,可得正五边形ABCDE(如图7)的直观图为五边形A'B'C'D'E'(如图8).

连接CE交OD于点F,连接C'E'交O'D'于点F',设AB=a,EC=b,DF=h₁,OF=h₂,

则A'B'=a, E'C'=b, D'F'=1/2h₁, O'F'=1/2h₂, △C'D'E'的边E'C'上的高为1/2h₂sin45°=√2/4h₂,梯形A'B'C'E'的高为1/2h₂sin45°=√2/4h₂,设原图形的面积为S,直观图的面积为S',则S=S△CDE+S梯形ABCE=1/2bh₁+1/2(a+b)·h₂,

S'=S△C'D'E'+S梯形A'B'C'E'=1/2b·√2/4h₁+1/2(a+b)·√2/4h₂,所以S'=√2/4S.

综上,直观图的面积是原图形面积的√2/4倍.



数学
北师大



扫码免费下载
习题讲解 ppt

第9期

第3~4版章节测试参考答案
一、单项选择题
1.D
提示:因为tanα=2,所以sinα+cosα/sinα-cosα=tanα+1/tanα-1=2+1/2-1=3.故选D.

2.D
提示:由sinx=√2/2,得tanx=±1;由tanx=1,得sinx=±√2/2,所以sinx=√2/2是tanx=1成立的既非充分也非必要条件.故选D.

3.B
提示:因为3cosα+sinα=0,所以3cosα=-sinα,故tanα=-3.所以tan2α=2tanα/(1-tan²α)=2(-3)/(1-9)=3/4.故选B.

4.C
提示:原式=cos²15°-sin²15°=cos30°=√3/2.故选C.

5.C
提示:y=sint+cos(t-π/6)=sint+costcosπ/6+sintsinπ/6=3/2sint+√3/2cost=√3sin(t+π/6),故这个简谐运动的振幅是√3cm.故选C.

6.B
提示:令tanA=k(k>0),则tanB=2k, tanC=3k.因为A+B+C=π,所以tanC=tan(A+B)=-tanA+tanB/(1-tanAtanB),得3k=-k+2k/(1-k²),结合k>0,解得k=1.故选B.

7.C
提示:将已知两式分别平方然后相加,得cos²α+2cosαcosβ+cos²β+sin²α-2sinαsinβ+sin²β=5/16,即2+2cos(α+β)=5/16,解得cos(α+β)=27/32.故选C.

8.C
提示:f(x)=√3sin2x+acos2x=√(3+a²)sin(2x+θ)(其中tanθ=a/√3),因为函数f(x)的图象关于直线x=π/12对称,所以±√(a²+3)=√3sinπ/6+acosπ/6,解得a=3.所以f(x)=√3sin2x+3cos2x=2√3sin(2x+π/3),所以f(x)的振幅为2√3,最小正周期T=π.所以若f(x₁)·f(x₂)=-12,则|x₁-x₂|=3|x₁-x₂|的最小值为3×1/2T=3π/2.故选C.

二、多项选择题
9.BCD
提示:由已知,得sin18°=√(5-1)/4,对于A,原式=cos(60°+48°)=cos108°=-sin18°,故A错误;对于B,原式=cos(10°-82°)cos(-72°)=sin18°,故B正确;对于C,原式=sin7°cos11°+cos7°sin11°=sin(7°+11°)=sin18°,故C正确;对于D,√(1-sin54°/2)=√(1-cos36°/2)=√sin²18°=sin18°,故D正确.故选BCD.

10.BC
提示:由已知,得tanα=2tanα/(1-tan²α)=2,故A错误;tan(α-π/4)=(tanα-1)/(1+tanα)=1/3,故D错误;又α是第三象限角,将tanα=sinα/cosα=2与sin²α+cos²α=1联立,解得sinα=2√5/5,cosα=-√5/5,所以sin2α=2sinαcosα=2×(-2√5/5)×(-√5/5)=4/5,故B,C正确.故选BC.

11.BD
提示:由5sin2α+5cos2α+1=0,得5×2sinαcosα+5(cos²α-sin²α)+sin²α+cos²α=0,整理得2sin²α-5sinαcosα-3cos²α=0,显然cosα≠0,所以2tan²α-5tanα-3=0,解得tanα=3,或tanα=-1/2.故选BD.

12.ABC
提示:因为f(x)=(sinx+cosx)²+√3cos2x=1+sin2x+√3cos2x=2sin(2x+π/3)+1,所以f(x)的最小正周期为2π/π=π,最大值为3,故A,B正确;令π/2+2kπ≤2x+π/3≤3π/2+2kπ(k∈Z),解得π/12+kπ≤x≤7π/12+kπ(k∈Z),所以函数f(x)的单调递减区间为[π/12+kπ, 7π/12+kπ](k∈Z),故C正确;令2x+π/3=kπ(k∈Z),得x=kπ/2-π/6(k∈Z),所以函数f(x)的对称中心为(kπ/2-π/6, 1)(k∈Z),故D错误.故选ABC.

三、填空题
13.√(6+√2)/4
提示:因为tanα=2,所以sinα+cosα/sinα-cosα=tanα+1/tanα-1=2+1/2-1=3.故选D.

高一必修(第二册)答案页第3期

提示:sin12345°=sin(34×360°+105°)=sin105°=sin(60°+45°)=sin60°cos45°+cos60°sin45°=√(6+√2)/4.

14.-π/10(答案不唯一)
提示:因为tan(3α+β+π/5)=tanα+tanβ/(1-tanαtanβ)=tan(α+β),所以3α+β+π/5=α+β+kπ,k∈Z,

得α=-π/10+kπ/2,k∈Z.当k=0时,α=-π/10.15.直角
提示:由cosB/2=a+c/2c,得1+cosB/2=a+c/2c,即cosB=a/c,结合余弦定理的推论,得(a²+c²-b²)/2ac=a/c,化简得a²+b²=c²,故△ABC为直角三角形.

16.[√2/4, √2/2]
提示:f(x)=cos(x+π/2)cos(x+π/4)=-sinx(√2/2cosx-√2/2sinx)=-√2/2sinxcosx+√2/2sin²x=-√2/4sin2x+√2/4(1-cos2x)=-√2/4sin2x-√2/4cos2x+√2/4=-1/2sin(2x+π/4)+√2/4.

当x∈[-π/4, π/4]时,2x+π/4∈[-π/4, 3π/4],sin(2x+π/4)∈[-√2/2, 1],所以f(x)∈[√2/4-√2/4, √2/4-√2/4].
四、解答题
17.解:(1)根据题意,得sinα=2√2/3,cosα=1/3.所以cos2α=cos²α-sin²α=(1/3)²-(2√2/3)²=-7/9, sin2α=2sinαcosα=2×2√2/3×1/3=4√2/9.

(2)因为π/2<β<π,且sinβ=√2/4,所以cosβ=-√(1-sin²β)=-√(1-(√2/4)²)=-√14/4.所以cos(β-α)=cosβcosα+sinβsinα=-√14/4×1/3+√2/4×2√2/3=4-√14/12.

18.解:(1)f(x)是偶函数.理由如下:
f(x)=sin²x+3cosx+3=1-cos²x+3cosx+3=-cos²x+3cosx+4,因为∀x∈R,都有-x∈R,且f(-x)=-cos²(-x)+3cos(-x)+4=-cos²x+3cosx+4=f(x),所以f(x)是偶函数.
(2)令t=cosx,则-1≤t≤1,且函数f(x)等价于y=-t²+3t+4=-(t-3/2)²+25/4,可知函数y在[-1,1]上单调递增,所以当t=-1,即cosx=-1时,函数y即f(x)取得最小值,为0.此时x=π+2kπ,k∈Z.

(3)由f(x)=0,得cos²x-3cosx-4=0,即(cosx+1)(cosx-4)=0,解得cosx=-1,或cosx=4(舍去).又x∈[0,2π],所以x=π.即函数f(x)在[0,2π]上的零点为π.
19.解:(1)由tan60°=tan(10°+50°)=tan10°+tan50°/(1-tan10°tan50°)=√3,得tan10°+tan50°=√3-√3tan10°tan50°,所以tan10°+tan50°+√3tan10°tan50°=√3.

(2)原式=sin10°(1+√3/cos50°)=sin10°(cos50°+√3sin50°/cos50°)=sin10°(2sin(30°+50°)/cos50°)=sin10°(2sin80°/cos50°)=sin10°(2cos10°/cos50°)=sin20°/2sin20°cos20°=1/2cos20°.

20.解:(1)f(x)=sin²x+cos²x+√3sin4x=(sin²x+cos²x)²-2sin²xcos²x+√3sin4x=1-1/2sin²2x+√3/4sin4x=1-1/2(1-cos4x)/2+√3/4sin4x=3/4+1/4cos4x+√3/4sin4x=3/4+1/2sin(4x+π/6).故把曲线y=1/2sinx向左平移π/6个单位长度,再把横坐标缩短为原来的1/4(纵坐标不变),最后把所得图象向上平移3/4个单位长度,可以得到曲线y=f(x).

(2)由f(x)=3/4+1/2sin(4α+π/6)=23/20,得sin(4α+π/6)=4/5.

因为π/24<α<5π/24,所以π/3<4α+π/6<π.又4/5<√3/2=sinπ/3,所以π/2<4α+π/6<π,所以cos(4α+π/6)=-√(1-sin²(4α+π/6))=-3/5,则cos4α=cos[(4α+π/6)-π/6]=cos(4α+π/6)cosπ/6+sin(4α+π/6)sinπ/6=-3/5×√3/2+4/5×1/2=4-3√3/10.

21.解:若选①:f(x)=[h(x)]²+[g(x)]²=sin²(x-π/3)+cos²(x+π/3)=1-cos(2x-2π/3)/2+1+cos(2x+2π/3)/2=1+1/2[cos(2x+2π/3)-cos(2x-2π/3)]=1-1/2×2sin2xsin2π/3=1-√3/2sin2x.

(1)f(x)的最小正周期为2π/π=π.

(2)当x∈[-π/8, 3π/8]时,2x∈[-π/4, 3π/4],sin2x∈[-√2/2, 1],故f(x)∈[1-√3/2, 1+√6/4].

若选②:f(x)=[h(x)]²-[g(x)]²=sin²(x-π/3)-cos²(x+π/3)=1-cos(2x-2π/3)/2-1+cos(2x+2π/3)/2=-1/2[cos(2x-2π/3)+cos(2x+2π/3)]=-1/2×2cos2xcos2π/3=-1/2cos2x.

(1)f(x)的最小正周期为2π/π=π.

(2)当x∈[-π/8, 3π/8]时,2x∈[-π/4, 3π/4],cos2x∈[-√2/2, 1],故f(x)∈[-√2/4, 1/2].

若选③:f(x)=h(x)g(x)=sin(x-π/3)cos(x+π/3)=(1/2sinx-√3/2cosx)(1/2cosx-√3/2sinx)=1/4sinxcosx-√3/4cos²x-√3/4sin²x+3/4sinxcosx=sinxcosx-√3/4=1/2sin2x-√3/4.

(1)f(x)的最小正周期为2π/π=π.

(2)当x∈[-π/8, 3π/8]时,2x∈[-π/4, 3π/4],sin2x∈[-√2/2, 1],故f(x)∈[-√2/4, 1/2].

22.解:(1)如图所示,过点O作OE⊥AB于E,则OE=6km,又OA=10km,所以AE=8km,所以cos∠OAE=4/5, sin∠OAE=3/5.
(3)由f(x)=0,得cos²x-3cosx-4=0,即(cosx+1)(cosx-4)=0,解得cosx=-1,或cosx=4(舍去).又x∈[0,2π],所以x=π.即函数f(x)在[0,2π]上的零点为π.
19.解:(1)由tan60°=tan(10°+50°)=tan10°+tan50°/(1-tan10°tan50°)=√3,得tan10°+tan50°=√3-√3tan10°tan50°,所以tan10°+tan50°+√3tan10°tan50°=√3.

(2)原式=sin10°(1+√3/cos50°)=sin10°(cos50°+√3sin50°/cos50°)=sin10°(2sin(30°+50°)/cos50°)=sin10°(2sin80°/cos50°)=sin10°(2cos10°/cos50°)=sin20°/2sin20°cos20°=1/2cos20°.

20.解:(1)f(x)=sin²x+cos²x+√3sin4x=(sin²x+cos²x)²-2sin²xcos²x+√3sin4x=1-1/2sin²2x+√3/4sin4x=1-1/2(1-cos4x)/2+√3/4sin4x=3/4+1/4cos4x+√3/4sin4x=3/4+1/2sin(4x+π/6).故把曲线y=1/2sinx向左平移π/6个单位长度,再把横坐标缩短为原来的1/4(纵坐标不变),最后把所得图象向上平移3/4个单位长度,可以得到曲线y=f(x).

(2)由f(x)=3/4+1/2sin(4α+π/6)=23/20,得sin(4α+π/6)=4/5.故A,B之间距离的最小值为12√3km.

