

高二选择性必修(第三册)答案页第 4 期

数学
人教 A

第 13 期

第 2~3 版综合测试(一)参考答案

一、单项选择题

1.C

提示:从 4 部名著中任选 2 部共有 $C_4^2=6$ 种选法,其中《红楼梦》被选中的选法有 $C_3^1=3$ 种,

所以《红楼梦》被选中的概率为 $P=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$.故选 C.

2.D

提示:因为 $(1-2x)^5$ 展开式的通项为 $T_{r+1}=C_5^r \cdot 1^{5-r} \cdot (-2x)^r=C_5^r \cdot (-2)^r x^r$,令 $r=3$,所以 x^3 的系数为 $C_5^3 \cdot (-2)^3=-80$.故选 D.

3.C

提示:每个水闸有打开或关闭两种情况,五个水闸的打开或关闭不同结果有 2^5 种.

若水闸 A 打开,水闸 B、C 至少打开 1 个,水闸 D、E 至少打开 1 个,则下游有水,

水闸 B、C 至少打开 1 个有 (2^2-1) 种,水闸 D、E 至少打开 1 个有 (2^2-1) 种,

由分步乘法计数原理,得下游有水的不同结果有 $1 \times (2^2-1) \times (2^2-1)=9$ 种.

所以所求五个水闸打开或关闭的情况有 $2^5-9=23$ 种.故选 C.

4.D

提示:因为随机变量 X 服从正态分布 $N(3, \sigma^2)$,所以正态曲线关于直线 $x=3$ 对称.

又 $P(X<1)=0.1$,所以 $P(X>5)=0.1$,则 $P(3 \leq X \leq 5)=\frac{P(1 \leq X \leq 5)}{2}=\frac{1-0.1 \times 2}{2}=0.4$.故选 D.

5.C

提示:从三名学生中选两名报同一项目的学生作为一个整体有 $C_3^2=3$ 种,从三个项目中选一个项目给这两名同学有 $C_3^1=3$ 种,再从另两个项目中选一个项目给另一名同学有 $C_2^1=2$ 种,所以报名方法共有 $3 \times 3 \times 2=18$ 种.故选 C.

6.B

提示:依题意,甲、乙随机选择一条线路去研学,试验有 $3^2=9$ 个样本点,

事件 A 含有的样本点个数是 $2 \times 2+1=5$,则 $P(A)=\frac{5}{9}$;

事件 AB 含有的样本点数为 $2 \times 2=4$,则 $P(AB)=\frac{4}{9}$,所以

$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{4}{5}$.故选 B.

三、填空题

13.-40

提示:样本中心点坐标为 $(26, 19)$,代入回归直线方程得到 $\hat{a}=19-0.25 \times 26=12.5$,所以 $\hat{y}=0.25x+12.5$.

将 $x=32$ 代入,得 $\hat{y}=20.5$,所以数据 $(32, 21.25)$ 的残差为 $21.25-20.5=0.75$.故选 B.

8.D

提示:设事件 A 为“甲在规定的时间内到达”,事件 B 为“乙在规定的时间内到达”,

则 $P(A)=0.5, P(B)=0.9$,且 A、B 相互独立,

由题意知, X 的可能取值为 0, 1, 2, 则 $P(X=0)=P(\bar{A}\bar{B})=$

$P(\bar{A})P(\bar{B})=(1-0.5) \times (1-0.9)=0.05$.

$P(X=1)=P(\bar{A}B)+P(AB)=P(\bar{A})P(B)+P(A)P(B)=(1-0.5) \times 0.9+0.5 \times (1-0.9)=0.5$.

$P(X=2)=P(AB)=P(A)P(B)=0.5 \times 0.9=0.45$.

所以 $E(X)=0 \times 0.05+1 \times 0.5+2 \times 0.45=1.4$. D $D(X)=0.05 \times (0-1.4)^2+0.5 \times (1-1.4)^2+0.45 \times (2-1.4)^2=0.34$.故选 D.

二、多项选择题

9.BCD

提示:因为 $\left(x^2+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^n$ 的展开式中二项式系数之和为 1024,所以 $2^n=1024$,得 $n=10$.展开式中奇数项的二项式系数和为 $\frac{1}{2} \times 1024=512$,所以 A 错误;令 $x=1$,

得 $\left(x^2+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{10}$ 的展开式中各项系数之和为 $(1+1)^{10}=$

1024,所以 B 正确; $\left(x^2+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{10}$ 展开式的通项为 $T_{r+1}=$

$C_{10}^r(x^2)^{10-r}\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^r=C_{10}^r \cdot x^{20-\frac{3}{2}r}$,

(2)令 $x=1$,可得展开式中所有项的系数和为 $3^7=2187$,展开式中所有项的二项式系数和为 $2^7=128$.

19.解:(1)根据 1,预测 2024 年云南省游客总人数为 $\hat{y}=0.556 \times 10+3.56-9.12 \approx 9.1$ (亿人次);

根据 1₂ 预测 2024 年云南省游客总人数为 $\hat{y}=1.22 \times 10+2=14.2$ (亿人次).

(2)模型一: $R_1^2=1-\frac{\sum_{i=1}^8(\bar{y}_i-\hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^8(\bar{y}_i-\bar{y})^2}=1-\frac{8.977}{21.959} \approx 0.591$;

模型二: $R_2^2=1-\frac{\sum_{i=1}^5(\bar{y}_i-\hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^5(\bar{y}_i-\bar{y})^2}=1-\frac{0.028}{14.912} \approx 0.998$.因

为 $0.998>0.591$,所以模型二的拟合效果更好.

(3)设 2020 年至 2022 年的年份代号 x 分别为 1, 2, 3,

则 $\bar{x}=2, \bar{y} \approx 6.73, \sum_{i=1}^3(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y}) \approx (1-2) \times (5.3-6.73)+(2-2) \times (6.5-6.73)+(3-2) \times (8.4-6.73)=3.1$,

$\sum_{i=1}^3(x_i-\bar{x})^2=(1-2)^2+(2-2)^2+(3-2)^2=2$,所以 $\hat{b}=$

$\frac{\sum_{i=1}^3(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^3(x_i-\bar{x})^2} \approx \frac{3.1}{2}=1.55, \hat{a}=6.73-1.55 \times 2=3.63$.

所以回归方程 $l_2: \hat{y}=1.55x+3.63$,所以当 $x=5$ 时, $\hat{y}=1.55 \times 5+3.63=11.38 \approx 11.4$.

所以根据 1₃ 预测 2024 年云南省游客总人数为 11.4 亿人次.

20.解:(1)设事件 A 表示“甲命中”,事件 B 表示“乙命中”,则 $P(A)=\frac{5}{6}, P(B)=\frac{3}{5}$,

所以一局投篮比赛,甲、乙平局的概率为

$P(AB)+P(\bar{A}\bar{B})=\frac{5}{6} \times \frac{3}{5}+\left(1-\frac{5}{6}\right) \times \left(1-\frac{3}{5}\right)=\frac{17}{30}$.

(2)一局投篮比赛,甲获胜的概率为

$P(\bar{A}B)=\frac{5}{6} \times \left(1-\frac{3}{5}\right)=\frac{1}{3}$.

(3)三局投篮比赛,甲至少获胜两局的概率为

$P=C_3^2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \frac{2}{3}+C_3^1 \times \left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{7}{27}$.

21.解:(1)根据表中的数据,

经计算得到 $\chi^2=\frac{120 \times (40 \times 10-20 \times 50)^2}{60 \times 60 \times 90 \times 30}=\frac{40}{9} \approx$

4.444>3.841.

根据小概率值 $\alpha=0.05$ 的独立性检验,能认为购车顾客的性别与其购买的车辆颜色有关.

(2)由题意知,购买白色车辆的 90 名顾客中抽取

男生 $9 \times \frac{50}{90}=5$ 人,女生 4 人,购买红色车辆的 30 名顾客中抽取男生 1 人,女生 2 人,则抽取的 12 人中,是男生且购买白色车辆的有 5 人.

设事件 A 为“第一次抽到的嘉宾是男生且购买白色车辆”,事件 B 为“第二次抽到的嘉宾是男生且购买白色车辆”.

$P(A)=\frac{5}{12}, P(B|A)=\frac{4}{11}, P(\bar{A})=\frac{7}{12}, P(B|\bar{A})=\frac{5}{11}$,

由全概率公式 $P(B)=P(A) \cdot P(B|A)+P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})$,

得 $P(B)=\frac{5}{12} \times \frac{4}{11}+\frac{7}{12} \times \frac{5}{11}=\frac{5}{12}$,所以第二次抽到的

嘉宾是男生且购买白色车辆的概率为 $\frac{5}{12}$.

22.解:(1)由 $X \sim N\left(\frac{5}{2}, \frac{1}{4}\right)$,得 $\mu=\frac{5}{2}, \sigma=\frac{1}{2}$.所以

$P(1 \leq x \leq 3)=P(\mu-3\sigma \leq X \leq \mu+\sigma)=0.6827+\frac{0.9973-0.6827}{2}=$

$0.6827+0.1573=0.84$.则预估该地区某辆家用汽车导航精确度在 $[1, 3]$ 内的概率为 0.84.

(2)①5 个基地相互独立,每个基地随机选取的 1 颗卫星是中圆地球轨道卫星的概率为 $\frac{24}{30}=\frac{4}{5}$,

5 个基地选取的 5 颗卫星中含中圆地球轨道卫星的数目记为 ξ ,则 $\xi \sim B\left(5, \frac{4}{5}\right)$,

所以 $E(\xi)=5 \times \frac{4}{5}=4$.

②由题意知, Y 服从参数 $n=4, M=3, N=30$ 的超几何分布, $P(Y=i)=\frac{C_3^i C_{27}^{4-i}}{C_{30}^4}(i=0, 1, 2, 3)$,

所以 Y 的分布列为

所以 $E(Y)=\frac{3 \times 4}{30}=\frac{2}{5}$.

11.BCD 提示:对于 A,取 $x=1$,得所有项的系数和为 $(-1)^8=1$,故 A 错误;

对于 B,展开式的二项式系数和为 $2^8=256$.故 B 正确;

对于 C,由 $T_{k+1}=C_k^8(x^2)^{8-k}(-2x^{-1})^k=(-2)^k C_k^8 x^{16-3k}(k=0, 1, 2, \cdots, 8)$,当 $k=4$ 时,可知第 5 项为 $1120x^4$,故 C 正确;

对于 D,由 C 的结论,可知 $16-3k \neq 0$ 恒成立,故 D 正确.故选 BCD.

12.ABC

提示:对于 A,若随机变量 X 服从二项分布 $B\left(6, \frac{1}{2}\right)$,

则 $P(X=3)=C_6^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(1-\frac{1}{2}\right)^3=\frac{5}{16}$,故 A 正确;

对于 B,因为随机变量 X 服从正态分布 $N(2, \sigma^2)$,所以正态曲线的对称轴是直线 $x=2$,

因为 $P(X<4)=0.9$,所以 $P(X \geq 4)=P(X \leq 0)=0.1$,所以 $P(0<X<2)=P(2<X<4)=\frac{1}{2} \times (1-0.1-0.1)=0.4$.故 B

正确;

对于 C,设事件 A 为“至少有 1 个景点未被选择”,事件 B 为“恰有 2 个景点未被选择”,

则 $P(AB)=\frac{3}{9}, P(A)=1-\frac{A_3^1}{3^3}=\frac{7}{9}$,所以 $P(B|A)=$

$\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{1}{7}$,故 C 正确;

对于 D, $E(2X+3)=2E(X)+3, D(2X+3)=4D(X)$,故 D 错误.故选 ABC.

三、填空题

13.2

提示:由 $\left(a+\frac{a}{x^2}\right)^5=\left(a+\frac{a}{x^2}\right)^5=\left(a+5x+10x^2+10x^3+5x^4+x^5\right)$ 的展开式中 x^2 的系数为 $10a+5a=30$,得 $a=2$.

14.4.8

提示:因为样本 $(4, 3)$ 处的残差为 -0.15 且 y 关于 x 的回归直线方程为 $\hat{y}=0.6x+\hat{a}$,

所以 $3-(0.6 \times 4+\hat{a})=-0.15$,解得 $\hat{a}=0.75$.故回归直线方程为 $\hat{y}=0.6x+0.75$.

因为 $\bar{x}=\frac{3+4+5+6}{4}=\frac{9}{2}, \bar{y}=\frac{2+3+4+m}{4}=\frac{9+m}{4}$,所以

$\frac{9+m}{4}=0.6 \times \frac{9}{2}+0.75$,解得 $m=4.8$.

15.

提示:由题意填写 2×2 列联表如下:

	乐观	不乐观	总计
国内代表	40	60	100
国外代表	60	40	100
总计	100	100	200

$\chi^2=\frac{200 \times (40 \times 40-60 \times 60)^2}{100 \times 100 \times 100 \times 100}=8>7.879$,所以有 99.5% 以上的把握认为持乐观态度和国内外差异有关.

16. $\frac{1}{3}$

提示:甲、乙是两位投壶游戏参与者,且甲、乙每次投壶投中的概率分别为 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$,每人每次投壶相互独立.

约定甲投壶 2 次,乙投壶 3 次,投中次数多者胜.

甲最后获胜的情况有 3 种:①甲投中 1 次,乙投中 0 次,概率为 $P_1=C_1^1 C_2^0 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times C_3^0 \times \left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{4}{27}$;

②甲投中 2 次,乙投中 1 次,概率为 $P_2=C_2^2 C_3^1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times$

$C_3^1 \times \frac{1}{3} \times \left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$;

③甲投中 2 次,乙投中 0 次,概率为 $P_3=C_2^2 C_3^0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times$

$C_3^0 \times \left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{2}{27}$.

所以甲最后获胜的概率为 $P=\frac{4}{27}+\frac{1}{9}+\frac{2}{27}=\frac{1}{3}$.

四、解答题

17.解:(1)因为 10 个名额没有差别,把它们排成一排,相邻名额之间形成 9 个空,在 9 个空中选 2 个位置插入“隔板”,可把名额分成 3 份,对应地分给三个班级,每一种插入隔板的方法对应一种分法,共有 $C_9^2=36$ 种分法.

(2)要求每班至少 2 个名额,可以先从 10 个名额中拿出 3 个,分别给各班 1 个名额,还剩下 7 个名额,

此时题目转化为 7 个名额分给 3 个班级且每个班级至少 1 个名额,按照解(1)小问的方法,可得有 $C_6^2=15$ 种分法.

18.解:(1)展开式的通项为

$T_{r+1}=C_m^r(x^2)^{m-r}\left(-\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^r=C_m^r \cdot 2^r \cdot x^{2m-\frac{5}{2}r}$,

所以展开式中第 4 项的系数为 $C_m^3 \cdot 2^3$,倒数第 4 项的系数为 $C_m^3 \cdot 2^3$.

所以 $\frac{C_m^3 \cdot 2^3}{C_m^m \cdot 2^{m-3}}=\frac{1}{2}$,解得 $m=7$.

第 16 期

第 2~3 版综合测试(四)参考答案

一、单项选择题

1.A

提示:因为所有样本点 $(x_i, y_i)(i=1, 2, \cdots, n)$ 都在直线 $y=-\frac{1}{2}x+3$ 上,所以这组样本数据完全负相关,其相关系数为 -1.故选 A.

2.C

提示:先安排甲、乙以外的 4 个人,然后插空安排甲、乙两人,所以不同的传递方案共有 $A_4^4 A_2^2=480$ 种.故选 C.

3.A

提示:因为 $\left(2x-\frac{1}{x^2}\right)^n$ 的展开式中所有二项式系数和为 64,所以 $2^n=64$,解得 $n=6$,

所以展开式的通项为 $T_{r+1}=C_6^r \cdot (2x)^{6-r} \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right)^r=C_6^r \cdot (-1)^r \cdot 2^{6-r} \cdot x^{6-3r}$,

令 $6-3r=0$,解得 $r=2$,所以展开式中的常数项为 $C_6^2 \cdot (-1)^2 \cdot 2^4=240$.故选 A.

4.B

提示:设事件 A 为“选到的是团员”,事件 B 为“选到的是男生”,根据题意可得, $P(A)=\frac{20+12}{55}=\frac{32}{55}, P(AB)=$

$\frac{20}{55}=\frac{4}{11}$,故 $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{20}{32}=\frac{5}{8}$.故选 B.

5.A

提示:因为某市高三某次数学测试的成绩 X (单位:分)服从正态分布 $N(96, 16)$,

所以 $\mu=96, \sigma=4$,因为 $P(\mu-\sigma \leq X \leq \mu+\sigma) \approx 0.6827, P(\mu-3\sigma \leq X \leq \mu+3\sigma) \approx 0.9973$,

所以 $P(X>\mu+\sigma)=P(X>100) \approx \frac{1-0.6827}{2}=0.15865$,

$P(X>\mu+3\sigma)=P(X>108) \approx \frac{1-0.9973}{2}=0.00135$,所以

$P(100<X \leq 108)=P(X>100)-P(X>108)=0.1573$.故选 A.

6.D

提示:由 $\hat{y}=e^{at}$ 两边取自然对数得 $\ln \hat{y}=1+at$,令 $u=\ln \hat{y}$,则 $u=1+at$,

所以 $\bar{u}=\frac{1}{3} \times (\ln y_1+\ln y_2+\ln y_3)=2, \bar{t}=\frac{1}{3} \times (1+2+3)=2$,

因为回归直线必过样本点的中心,所以 $2=2a+1$,解得 $a=\frac{1}{2}$,所以 $u=1+\frac{1}{2}t$,则 $\hat{y}=e^{1+\frac{1}{2}t}$,当 $t=7$ 时, $\hat{y}=e^{\frac{5}{2}}$.故选 D.

7.C

提示:设从这批种子中任选一颗是一、二、三、四等种子的事件是 A_1, A_2, A_3, A_4 ,则 $\bar{Q}=A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4$,且 A_1, A_2, A_3, A_4 两两互斥,设事件 B 为“从这批种子中任选一颗,所结的穗含 50 颗以上麦粒”,则 $P(B)=\sum_{i=1}^4 P(A_i) \cdot$

$P(B|A_i)=95.5\% \times 0.5+2\% \times 0.15+1.5\% \times 0.1+1\% \times 0.05=0.4825$.故选 C.

8.C

提示:根据 A、B、C 事件的互斥性可得,每一次试验中,事件 C 发生的概率为 $\frac{1}{5}$,

设事件 A、B、C 发生的次数分别为随机变量 X、Y、Z,则 $X \sim B\left(n, \frac{2}{5}\right), Y \sim B\left(n, \frac{2}{5}\right), Z \sim B\left(n, \frac{1}{5}\right)$,

故事件 A、B、C 发生次数的方差分别为 $\frac{6}{25}n, \frac{6}{25}n,$

$\frac{4}{25}n$.即事件 A、B、C 发生次数的方差比为 3:3:2.故选 C.

二、多项选择题

9.ABC

提示:对于 A,若选 1 男 3 女,有 $C_4^1 C_3^3=4$ 种选法,故 A 正确;

对于 B,若选 2 男 2 女,有 $C_4^2 C_2^2=18$ 种选法,故 B 正确;

对于 C,若选 3 男 1 女,有 $C_4^3 C_1^1=12$ 种选法,故 C 正确;

对于 D,满足题意的选法共有 $4+18+12=34$ 种,故 D 错误.故选 ABC.

10.BC

提示:因为在这 105 人中随机抽取 1 人,成绩优秀的概率为 $\frac{2}{7}$,所以 $\frac{10+c}{105}=\frac{2}{7}$,解得 $c=20$,

所以优秀者的人数为 $10+20=30$.非优秀者的人数为 $105-30=75$,所以 $b=75-30=45$,即 A

一、单项选择题

1.A

提示:因为 $P(X=1)=\frac{1}{2}$, $P(X=-1)=\frac{1}{2}$, 所以由均值的定义得 $E(X)=1\times\frac{1}{2}+(-1)\times\frac{1}{2}=0$. 故选 A.

2.D

提示:10 名同学中挑选 4 名参加某项公益活动, 总的选法有 $C_{10}^4=210$ 种, 甲、乙两人都不参加的选法有 $C_8^4=70$ 种, 故满足题意的不同选法种数有 $210-70=140$. 故选 D.

3.A

提示:记“数学不及格”为事件 A, “语文不及格”为事件 B. $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{0.03}{0.15}=0.2$, 所以数学不及格时, 该生语文也不及格的概率为 0.2. 故选 A.

4.A

提示:因为随机变量 X 服从正态分布 $N(2, 7)$, $P(X>1)=0.8$, 所以 $P(X\leq 1)=1-0.8=0.2$, 所以 $P(X\geq 3)=P(X\leq 1)=0.2$. 故选 A.

5.B

提示:由题意可知, $2^n=64$, 解得 $n=6$, 则 $\left(x+\frac{1}{x}\right)^6$ 展开式的通项为 $C_6^r x^{6-r}\left(\frac{1}{x}\right)^r=C_6^r x^{6-2r}$,

令 $6-2r=0$, 得 $r=3$, 所以常数项为 $C_6^3=20$. 故选 B.

6.C

提示:先将除甲、乙二人外的另外三个人排成一排有 A_3^3 种排法, 再将甲、乙二人插入到已经排好的三个人形成的四个空中, 共有 $A_3^3 A_2^2=6\times 12=72$ 种. 故选 C.

7.C

提示:由题意, 得 $\chi^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}=\frac{200[(80-m)(50-m)-(20+m)(50+m)]^2}{100\times 100\times 130\times 70}=\frac{8(15-m)^2}{91}\geq 3.841$, 所以 $(15-m)^2\geq 43.69$, 又 $5\leq m\leq 15$, $m\in\mathbf{N}$, 所以 $15-m\geq 7$, 解得 $m\leq 8$.

故在被调查的 100 名女生中喜欢观看体育比赛直播的人数最大值为 58. 故选 C.

8.A

提示:由题意知, 首先求出摸一次中奖的概率, 从 8 个球中摸出 3 个, 共有 $C_8^3=56$ 种结果,

3 个球号码之积能被 10 整除, 则其中一个必为 5, 另外两个号码从 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8 中抽取, 且 2 个号码的乘积必须为偶数, 即抽取的另外两个号码为:一奇一偶或两偶, 则 $C_3^1 C_4^1+C_2^2=18$, 即共有 18 种结果, 使得 3 个球号码之积能被 10 整除,

所以摸一次中奖的概率是 $\frac{18}{56}=\frac{9}{28}$, 又 2 个人摸奖,

相当于发生 2 次试验, 且每一次发生的概率都是 $\frac{9}{28}$,

所以有 2 人参加摸奖, 恰好有 2 人获奖的概率是 $C_2^2\times\left(\frac{9}{28}\right)^2=\frac{81}{784}$. 故选 A.

二、多项选择题

9.AD

提示:因为 $C_m^{2m}=C_m^0$, 所以 $2m=m$ 或 $2m+m=9$, 解得 $m=0$ 或 $m=3$. 故选 AD.

10.ABD

提示:统计学中, 回归分析是检验两个变量是否有关的一种统计方法, 所以 A 错误;

线性回归方程对应的直线 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 可能不经过任何一个样本数据点, 所以 B 错误; 残差图中, 残差点分布的带状区域的宽度越狭窄, 其模型拟合的精度越高, 所以 C 正确; 回归分析中, 决定系数 R^2 为 0.98 的模型比决定系数 R^2 为 0.80 的模型拟合的效果好, 所以 D 错误. 故选 ABD.

11.ACD

提示:对于 A, 若随机变量 X 服从正态分布 $X(3, \sigma^2)$, 且 $P(X\leq 4)=0.7$,

则 $P(3<X\leq 4)=P(X\leq 4)-0.5=0.2$, 故 A 正确; 对于 B, 已知一组数据 10, 11, 11, 12, 13, 14, 16, 18, 20, 22,

该组数据共有 10 个数, 因为 $10\times 60\%=6$, 所以第 60 百分位数为 $\frac{14+16}{2}=15$, 故 B 错误; 对于 C, 若线性相关系数 $|r|$ 越接近 1, 则两个变量的线性相关性越强, 故 C 正确;

对于 D, 已知线性回归方程为 $\hat{y}=0.3x-m$, 因为样本点的中心为 $(m, 2.8)$, 所以 $2.8=0.3m-m$, 解得 $m=-4$, 故 D 正确. 故选 ACD.

12.ABD

提示:对于 A, 从中任取 3 球, 恰有 1 个白球的概率是 $\frac{C_3^1 C_4^2}{C_7^3}=\frac{12}{20}=\frac{3}{5}$, 故 A 正确;

对于 B, 从中有放回地取球 6 次, 每次任取 1 球, 则取到白球的个数 X 服从二项分布 $B\left(6, \frac{1}{3}\right)$,

故恰好有 2 个白球的概率为 $C_6^2\times\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\left(\frac{2}{3}\right)^4=\frac{80}{243}$, 故 B 正确;

对于 C, 从中不放回地取球 2 次, 每次任取 1 球, 若第一次取到红球, 则第二次取时有 3 个红球, 2 个白球, 所以取到红球的概率为 $\frac{3}{5}$, 故 C 错误;

对于 D, 从中有放回地取球 3 次, 每次任取 1 球, 则取到红球的个数 Y 服从二项分布 $B\left(3, \frac{2}{3}\right)$, 至少有

一次取到红球的概率为 $1-C_3^0\times\left(\frac{2}{3}\right)^0\times\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{26}{27}$, 故 D

正确. 故选 ABD.

三、填空题

13.-0.2

提示:因为 $\bar{x}=\frac{1}{5}\times(9+9.5+10+10.5+11)=10$, $\bar{y}=\frac{1}{5}\times(11+10+8+6+5)=8$,

所以 $8=10\hat{b}+40$, 解得 $\hat{b}=-3.2$. 所以当 $x=9$ 时, $\hat{y}=-3.2\times 9+40=11.2$, 所以相应于 $(9, 11)$ 的残差为 $11-11.2=-0.2$.

14.15 提示:因为 $\left(\sqrt{x}+\frac{1}{x}\right)^6$ 展开式的通项为 $T_{r+1}=C_6^r\cdot(\sqrt{x})^{6-r}\cdot\left(\frac{1}{x}\right)^r=C_6^r\cdot x^{3-\frac{3r}{2}}$, 令 $3-\frac{3r}{2}=0$, 则 $r=2$, 此时 $T_3=C_6^2 x^0=15$, 所以该二项展开式的常数项为 15.

15.120

提示:不同的排法有 $\frac{A_5^4}{A_3^3}=\frac{720}{6}=120$ 种.

16.6

提示:因为数学成绩 $\xi\sim N(110, \sigma^2)$, 所以由 $P(100\leq \xi\leq 110)=0.35$, 可得 $P(110\leq \xi\leq 120)=0.35$,

所以该班学生数学成绩在 120 分以上的概率为 $P(\xi>120)=\frac{1}{2}\times(1-0.35-0.35)=0.15$,

所以估计该班学生数学成绩在 120 分以上的人数为 $0.15\times 40=6$.

四、解答题

17.解:(1)由于二项展开式有 6 项, 故 $n=5$, 所以展开式中所有二项式系数的和为 $2^5=32$.

(2) $(2x+1)^5$ 展开式的通项为 $T_{k+1}=C_5^k(2x)^{5-k}$, 令 $5-k=2$, 得 $k=3$, 故展开式中含 x^2 的项为 $C_5^3(2x)^2=40x^2$.

18.解:(1)设事件 A 为“甲、乙两人至少有一人通过审核”, 则 $P(A)=1-\left(1-\frac{3}{5}\right)\times\left(1-\frac{1}{2}\right)=\frac{4}{5}$.

(2)由题意知, $\xi=0, 1, 2$,

$P(\xi=0)=\left(1-\frac{3}{5}\times\frac{3}{4}\right)\times\left(1-\frac{1}{2}\times\frac{4}{5}\right)=\frac{33}{100}$,

$P(\xi=2)=\left(\frac{3}{5}\times\frac{3}{4}\right)\times\left(\frac{1}{2}\times\frac{4}{5}\right)=\frac{18}{100}$,

所以 $P(\xi=1)=1-P(\xi=0)-P(\xi=2)=\frac{49}{100}$,

所以 ξ 的分布列为

ξ	0	1	2
P	$\frac{33}{100}$	$\frac{49}{100}$	$\frac{18}{100}$

所以 $E(\xi)=0\times\frac{33}{100}+1\times\frac{49}{100}+2\times\frac{18}{100}=\frac{17}{20}$.

19.解:(1)记该同学会做的题目数为 X, 由题意知, $X=1, 2, 3$,

$P(X=1)=\frac{C_1^1 C_2^2}{C_3^3}=\frac{4}{20}=\frac{1}{5}$, $P(X=2)=\frac{C_2^1 C_1^1}{C_3^3}=\frac{12}{20}=\frac{3}{5}$,

$P(X=3)=\frac{C_3^3}{C_3^3}=\frac{4}{20}=\frac{1}{5}$,

所以该同学会做的题目数 X 的分布列为

X	1	2	3
P	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$

(2)由(1)知, 该同学能及格的概率为 $\frac{3}{5}+\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$.

20.解:(1)从甲箱中任取 2 个青团的事件数为 $C_3^2=3$, 这 2 个青团都是肉松馅的事件数为 $C_2^2=1$, 所以这 2 个青团都是肉松馅的概率为 $P=\frac{1}{3}$.

(2)设事件 A 为“从乙箱中任取 1 个青团, 取出的这个青团是蛋黄馅”, 事件 B_1 为“从甲箱中取出的 2 个青团都是蛋黄馅”, 事件 B_2 为“从甲箱中取出的 2 个青团为 1 个蛋黄馅 1 个肉松馅”, 事件 B_3 为“从甲箱中取出的 2 个青团都是肉松馅”, 则事件 B_1, B_2, B_3 彼此互斥.

$P(B_1)=\frac{C_2^2}{C_3^2}=\frac{5}{14}$, $P(B_2)=\frac{C_1^1 C_1^1}{C_3^2}=\frac{15}{28}$, $P(B_3)=\frac{C_2^2}{C_3^2}=\frac{3}{28}$,

$P(A|B_1)=\frac{2}{3}$, $P(A|B_2)=\frac{5}{9}$, $P(A|B_3)=\frac{4}{9}$,

所以 $P(A)=P(B_1)P(A|B_1)+P(B_2)P(A|B_2)+P(B_3)P(A|B_3)=\frac{5}{14}\times\frac{2}{3}+\frac{15}{28}\times\frac{5}{9}+\frac{3}{28}\times\frac{4}{9}=\frac{7}{12}$.

所以取出的这个青团是蛋黄馅的概率为 $\frac{7}{12}$.

21.解:(1)根据表格数据知, 随月份变化, 用户的人数在快速增长, 所以 $\hat{y}=\hat{a}x^2+\hat{b}$ 更适合描述变量 x 和 y 的变化规律,

易知 $\frac{\sum_{i=1}^5 x_i^2}{n}=\frac{11}{5}=11$, $\frac{\sum_{i=1}^5 y_i}{n}=\frac{13.57}{5}\approx 13.57$,

所以 $\hat{a}=\frac{1120.24-5\times 11\times 13.57}{979-5\times 11^2}\approx 1$, 而 $\hat{b}=13.57-11\times 1=2.57$, 则 y 关于 x 的经验回归方程为 $\hat{y}=x^2+2.57$.

(2)易知 $\chi^2=\frac{300\times(100\times 75-50\times 75)^2}{150\times 150\times 175\times 125}\approx 8.571$, 因为 $8.571>6.635$, 所以有 99%的把握认为该地区对适应人工智能带来的职业结构变化的自信程度与年龄有关.

22.解:(1)设事件 A 为“抽取的 3 名同学中恰有 2 名同学来自高一”, 则 $P(A)=\frac{C_2^1 C_8^2}{C_{15}^3}=\frac{24}{65}$.

(2)设张同学、王同学答对的题数分别为 Y, Z, 张同学在考试中合格的概率为

$P(Y\geq 2)=P(Y=2)+P(Y=3)=C_8^2\left(\frac{1}{2}\right)^2\times\frac{1}{2}+C_8^3\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{2}$,

王同学在考试中合格的概率为

$P(Z\geq 2)=P(Z=2)+P(Z=3)=C_3^2\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\frac{1}{3}+C_3^3\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{20}{27}$,

由题意得, X 的可能取值为 0, 1, 2, 则 $P(X=0)=\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{20}{27}\right)=\frac{7}{54}$, $P(X=1)=\frac{1}{2}\times\left(1-\frac{20}{27}\right)+\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\frac{20}{27}=\frac{1}{2}$,

$P(X=2)=\frac{1}{2}\times\frac{20}{27}=\frac{10}{27}$.

所以 X 的分布列为

X	0	1	2
P	$\frac{7}{54}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{10}{27}$

故 $E(X)=0\times\frac{7}{54}+1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{10}{27}=\frac{67}{54}$.

第 15 期

一、单项选择题

1.C

提示:由甲不报考南京大学, 可分为两类. 第 1 类, 甲单独报名一个学校, 则有 $C_2^1 C_3^2 A_2^2=12$ 种不同的报名方式; 第 2 类, 甲和其中一名同学报名一个学校, 则有 $C_2^1 C_2^1 A_2^2=12$ 种不同的报名方式. 由分类加法计数原理, 可得共有 $12+12=24$ 种不同的报名方式. 故选 C.

2.C

提示:设事件 A 表示“选上的学生是男生”, 事件 B 为“选上的学生是‘三好学生’”,

则 $P(A)=\frac{40}{60}=\frac{2}{3}$, $P(AB)=\frac{5}{60}=\frac{1}{12}$,

故 $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{12}}{\frac{2}{3}}=\frac{1}{8}$. 故选 C.

3.D

提示:因为变量 x, y 之间的线性回归方程为 $\hat{y}=2x+k$, 且当 $x=10$ 时, y 的预报值 $\hat{y}=20+k=23$,

所以 $k=3$, 即 $\hat{y}=2x+3$, 因为 $\bar{x}=\frac{12+m+13}{3}=\frac{25+m}{3}$, $\bar{y}=\frac{27+25+n}{3}=\frac{52+n}{3}$, 所以 $\frac{52+n}{3}=2\times\frac{25+m}{3}+3$, 所以 $2m-n=7$. 故选 D.

4.C

提示:展开式的通项为 $T_{r+1}=C_5^r x^5-\left(\frac{2}{x^2}\right)^r=C_5^r\cdot 2^r\cdot x^{5-3r}$, 令 $5-3r=-1$, 解得 $r=2$, 则 x^6 的系数为 $C_5^2\cdot 2^2=40$, 故选 C.

5.D

提示:由分布列的性质可得, $0.2+0.1+2m+0.25+m=1$, 解得 $m=0.15$,

由 $|\xi-1|<2$, 解得 $-1<\xi<3$, 所以 $P(|\xi-1|<2)=2m+0.25=0.55$. 故选 D.

6.B

提示:因为运动员甲就近选择 A 餐厅或者 B 餐厅就餐, 第一天随机地选择一餐厅用餐, 所以他第一天去 A 餐厅或 B 餐厅的概率都为 $\frac{1}{2}$, 则运动员甲第二天去 A 餐厅用餐的概率为 $P=\frac{1}{2}\times 0.7+\frac{1}{2}\times 0.5=0.6$.

故选 B.

7.D

提示:由表中表格中的数据可知, 男女抽取的比例不相等, 所以不是分层随机抽样, 故 A 错误;

由题中表格中的数据可知, $\frac{25}{45}<\frac{45}{55}$, 所以女性顾客购买新能源车的意向较弱, 故 B 错误;

由题中表格中的数据可知, $\chi^2=\frac{100\times(45\times 20-25\times 10)^2}{70\times 30\times 55\times 45}\approx 8.1289>7.879$,

所以有 99.5%的把握认为是否愿意购买新能源车与性别有关, 故 C 错误, D 正确. 故选 D.

8.A

提示:由题意知, $\frac{C_1^1 C_2^2}{C_{m+3}^3}=\frac{9}{20}$, 解得 $n=3$, 则 X 的可能取值为 0, 1, 2, 3.

$P(X=0)=\frac{C_3^3}{C_6^3}=\frac{1}{20}$, $P(X=1)=\frac{C_2^1 C_2^2}{C_6^3}=\frac{9}{20}$, $P(X=2)=\frac{C_2^2 C_2^1}{C_6^3}=\frac{9}{20}$, $P(X=3)=\frac{C_1^1 C_1^1}{C_6^3}=\frac{1}{20}$,

所以 $E(X)=0\times\frac{1}{20}+1\times\frac{9}{20}+2\times\frac{9}{20}+3\times\frac{1}{20}=\frac{3}{2}$. 故选 A.

二、多项选择题

9.BCD

提示:对于 A, 因为新生儿体重 $X\sim N(3.4, \sigma^2)$, $P(X\leq 2)=0.031$, 所以 $P(2<X<3.4)=0.5-P(X\leq 2)=0.5-0.031=0.469$, 故 A 错误;

对于 B, 易知 $P(X\geq 4.8)=P(X\leq 2)=0.031$, 所以 $P(2<X<4.8)=1-P(X\leq 2)-P(X\geq 4.8)=0.938$, 故 B 正确;

对于 C, $P(X<4.8)=1-P(X\geq 4.8)=0.969$, 故 C 正确;

对于 D, 因为 $P(X\leq 2)=P(X\geq 4.8)=0.031$, 所以 $P(X\geq 4.8)>P(X\geq 5)$, 即 $P(X\geq 5)<0.031$, 故 D 正确. 故选 BCD.

10.ABC

提示:令 $x=0$, 则 $a_0=-1$, 故 A 正确; $(3x-1)^n$ 的展开式的通项为 $T_{r+1}=(-1)^n C_n^r 3^n\cdot x^{n-r}$, 当 $9-r=1$ 时, 即 $r=8$, $a_8=C_9^8 3^8=27$, 故 B 正确; 当 $9-r=2$ 时, 即 $r=7$, $a_7=-C_9^7 3^7=-324$, 故 C 正确; 令 $x=1$, 则 $a_0+a_1+a_2+\cdots+a_9=2^9=512$, 所以 $a_1+a_2+\cdots+a_9=513$, 故 D 错误. 故选 ABC.

11.ACD

提示:由题意知, 随机变量 X 服从参数为 $N=10, M=4, n=4$ 的超几何分布, 故 B 错误, C 正确; 所以 $P(X=1)=\frac{C_4^1 C_6^3}{C_{10}^4}=\frac{8}{21}$, $E(X)=\frac{4\times 4}{10}=\frac{8}{5}$, 故 A, D 正确. 故选 ACD.

12.BC

提示:列联表如下.

	古文迷	非古文迷	总计
男生	20	20	40
女生	40	10	50
总计	60	30	90

在抽取的 90 名学生中古文迷有 60 人, 可得该校某位学生为古文迷的概率的估计值为 $\frac{60}{90}=\frac{2}{3}\neq 0.6$, 故 A 错误;

在 9000 名学生中, 男生有 4000 人, 女生有 5000 人, 而随机调查了 40 名男生和 50 名女生, 因为 $4000:5000=40:50$, 故 B 正确; 易知 $\chi^2=\frac{90\times(20\times 10-20\times 40)^2}{40\times 50\times 60\times 30}=9>6.635$, 所以有 99%的把握认为学生是否为“古文迷”与性别有关系, 故 C 正确, D 错误. 故选 BC.

三、填空题

13.17

提示: $\bar{x}=\frac{1}{5}\times(1+4+9+16+25)=11$, $\bar{y}=\frac{1}{5}\times(2+4+36+93+142)=\frac{1}{5}(273+a)$,

因为 \bar{y} 关于 \bar{x} 的回归直线方程为 $\hat{y}=6x-8$,

所以 $\frac{1}{5}(273+a)=6\times 11-8$, 解得 $a=17$.

14.0.4

提示:因为随机变量 $X\sim N(1, \sigma^2)$, $P(X<3)=0.9$, 所以 $P(1<X<3)=P(X<3)-P(X\leq 1)=0.9-0.5=0.4$, 所以 $P(-1<X<1)=P(1<X<3)=0.4$.

15.120

提示:由 $X\sim N(90, \sigma^2)$, 得正态分布曲线的对称轴为 $x=90$,

因为 $P(X<60)=0.1$, 所以 $P(X>120)=0.1$, 则数学成绩为优秀的人数是 $1200\times 0.1=120$.

16. $\frac{3}{5}$

提示:设在 200m 比赛中站上领奖台为事件 A, 在 100m 比赛中站上领奖台为事件 B,