

第 17 期

2 版

2.1 二次函数

1.B

2.解:∵ 围成长方形的生物园的长为 x m,则生物园的宽为 $(8-x)$ m.

∴ 围成长方形的生物园的面积 S (单位: m^2)与 x 的函数表达式是: $S=x(8-x)=-x^2+8x$.

2.2 二次函数的图象与性质

第 1 课时

1.A

2.(1)当 $x=\frac{3}{2}$ 时, y 的值是 $-\frac{9}{4}$;

当 $y=-8$ 时, x 的值是 $\pm 2\sqrt{2}$.

(2)当 $x=0$ 时, y 值最大且最大值为 0.

(3) $y_1>y_2>y_3$.

(4) $y_1>y_2>y_3$.

第 2 课时

1.D

2.解:∵ 二次函数 $y=ax^2$ 的图象经过点 $(-1,3)$,

∴ $a \times (-1)^2=3$.

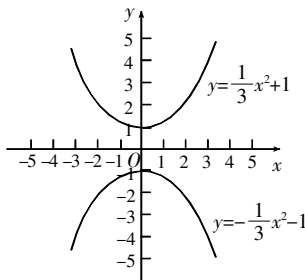
解得 $a=3$.

∴ 这个二次函数的表达式为 $y=3x^2$.

这个二次函数图象的开口向上,对称轴为 y 轴,顶点坐标为 $(0,0)$.

3.D

4.解:画出二次函数图象如图所示.



(第 4 题图)

相同点:形状都是抛物线,对称轴都是 y 轴;

不同点:抛物线 $y=\frac{1}{3}x^2+1$ 开口向上,顶点坐标是 $(0,1)$;

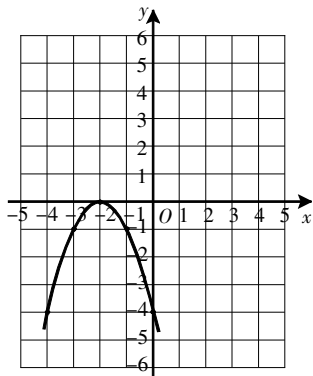
抛物线 $y=-\frac{1}{3}x^2-1$ 开口向下,顶点坐标是 $(0,-1)$.

第 3 课时

1.D

2.解:(1) $y=-(x+2)^2$.

(2)画出图象如图所示.



(第 2 题图)

3.C

4. $y=3(x-2)^2+2$

第 4 课时

1.(1)二次函数 $y=x^2-x+2$ 的图象的开口向上,对称轴是直线 $x=\frac{1}{2}$,顶点坐标

是 $(\frac{1}{2}, \frac{7}{4})$.

(2)二次函数 $y=-2x^2+x+3$ 的图象的开口向下,对称轴是直线 $x=\frac{1}{4}$,顶点坐标

是 $(\frac{1}{4}, \frac{25}{8})$.

2.(1) $y=3(x-2)^2-3$.

(2)当 $x>2$ 时, y 随 x 的增大而增大.

3 版

一、选择题

1~6.DBADCB

二、填空题

7. $y=3(x-5)^2$ 8.上, $(2,-5)$

9. $y=-2x^2+30x$ 10.< 11.-4

12. $2\sqrt{5}-2$

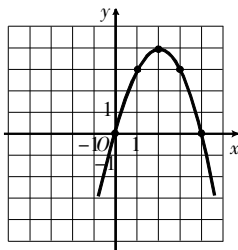
三、解答题

13.解:(1)∵ $y=-x^2+4x=-(x-2)^2+4$,
∴ 对称轴是直线 $x=2$.

(2)列表,得

x	...	-1	0	1	2	3	4	5	...
y	...	-5	0	3	4	3	0	-5	...

描点,连线,得函数图象如图所示.



(第 13 题图)

14.解:(1)根据题意,得
 $y=(20+x)(14+x)-20 \times 14$,
即 $y=x^2+34x$.

所以 y 与 x 之间的函数表达式为 $y=x^2+34x$.

(2)将 $y=72$ 代入 $y=x^2+34x$,得 $72=x^2+34x$.

解得 $x_1=-36$ (舍去), $x_2=2$.

所以要使绿地面积增加 72m^2 ,长和宽都要增加 2m.

15.解:①.

$y=0.5x^2-x-0.5$
 $=0.5(x^2-2x)-0.5$
 $=0.5(x^2-2x+1)-0.5$
 $=0.5(x-1)^2-1$,
∴ 顶点坐标是 $(1,-1)$.

16.解:(1)由图象可知,点 A 的坐标为 $(-4,0)$.

∴ $y=a(x+1)^2+4$,

∴ $0=a \times (-4+1)^2+4$.

解得 $a=-\frac{4}{9}$.

(2)由(1)可知, $y=-\frac{4}{9}(x+1)^2+4$.

∴ 顶点 P 的坐标为 $(-1,4)$.

设点 B 的坐标为 $(m,0)$.

∴ $AB=|m+4|$.

∴ $\triangle PAB$ 的面积为 6,

∴ $\frac{1}{2} \times 4 \times |m+4|=6$.

解得 $m=-1$ 或 $m=-7$.

∴ 点 B 的坐标为 $(-1,0)$ 或 $(-7,0)$.

17.解:(1)根据题意,得

$y=S_{\triangle ABC}-S_{\triangle PBQ}=\frac{1}{2} \times 12 \times 24-\frac{1}{2} \times 4 \times (12-2x)$
 $=4x^2-24x+144$.

由 $12-2x>0$,得 $x<6$.

∴ $0<x<6$.

(2) $y=4x^2-24x+144=4(x-3)^2+108$.

∴ $4>0$,

∴ 当 $x=3$ 时, y 取得最小值,最小值为 108.

第 18 期

2 版

2.3 确定二次函数的表达式

第 1 课时

1. $y=-2x^2-3$

2.解:设这个二次函数的表达式为 $y=a(x-1)^2-1$.

将点 $(0,-3)$ 代入,得 $a=-2$.

所以这个二次函数的表达式为 $y=-2(x-1)^2-1$,即 $y=-2x^2+4x-3$.

六、

23.解:(1)由抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 过点 $A(-1,0),C(2,3)$,

得 $\begin{cases} -1-b+c=0, \\ -4+2b+c=3. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} b=2, \\ c=3. \end{cases}$

故抛物线的表达式为 $y=-x^2+2x+3$.

设直线 AC 的表达式为 $y=kx+n$.

则 $\begin{cases} -k+n=0, \\ 2k+n=3. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k=1, \\ n=1. \end{cases}$

故直线 AC 的表达式为 $y=x+1$.

(2)将二次函数的表达式化为顶点式,得 $y=-(x-1)^2+4$.

∴ 抛物线的顶点为 $D(1,4)$.

将 $x=1$ 代入 $y=x+1$,得 $y=1+1=2$.

∴ $B(1,2)$.∴ $BD=2$.

设点 E 的横坐标为 m ,则 $E(m,m+1)$,
 $F(m,-m^2+2m+3)$.

∴ $EF=|(-m^2+2m+3)-(m+1)|=|-m^2+m+2|$.

当 $EF=BD=2$ 时,以 B,D,E,F 为顶点的四边形是平行四边形.

∴ $|-m^2+m+2|=2$,即 $-m^2+m+2=\pm 2$.

解得 $m_1=0, m_2=1$ (此时点 E 与点 B 重合,故舍去),
 $m_3=\frac{1-\sqrt{17}}{2}, m_4=\frac{1+\sqrt{17}}{2}$.

由此求得满足条件的点 E 的坐标为 $(0,1), (\frac{1-\sqrt{17}}{2}, \frac{3-\sqrt{17}}{2})$ 或 $(\frac{1+\sqrt{17}}{2}, \frac{3+\sqrt{17}}{2})$.

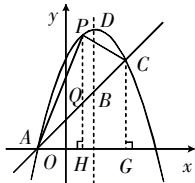
(3)如图,过点 P 作 $PH \perp x$ 轴,垂足为 H , PH 交 AC 于点 Q ,过点 C 作 $CG \perp x$ 轴于点 G ,设 $Q(x,x+1)$,则 $P(x,-x^2+2x+3)$.

∴ $PQ=(-x^2+2x+3)-(x+1)=-x^2+x+2$.

又 ∵ $S_{\triangle AHC}=S_{\triangle APQ}+S_{\triangle CQP}=\frac{1}{2}PQ \cdot AH+$

$\frac{1}{2}PQ \cdot HG=\frac{1}{2}PQ \cdot AG=\frac{1}{2}(-x^2+x+2) \times 3$
 $=-\frac{3}{2}(x-\frac{1}{2})^2+\frac{27}{8}$.

∴ $\triangle APC$ 面积的最大值为 $\frac{27}{8}$.



(第 23 题图)

第 20 期

2 版

3.1 圆

1.B

2.圆内,圆上,圆外

3.(1)点 P 在圆内;(2)点 P 在圆上;

(3)点 P 在圆外.

3.2 圆的对称性

1.(1)× (2)√ (3)√ (4)√

2.C

3.证明:∵ $OB=OC$,∴ $\angle B=\angle C$.

∴ $OD \parallel BC$,

∴ $\angle AOD=\angle B, \angle COD=\angle C$.

∴ $\angle AOD=\angle COD$.

∴ $\widehat{AD}=\widehat{CD}$,即 D 为 \widehat{AC} 的中点.

*3.3 垂径定理

1.C 2.C 3.D

3.4 圆周角和圆心角的关系

第 1 课时

1.B 2.35°

第 2 课时

1.D 2.5

3.解:由圆周角定理,得 $\angle ADC =$

$\frac{1}{2} \angle AOC = \frac{1}{2} \times 150^\circ = 75^\circ$.

∴ 四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$,

∴ $\angle EBC=\angle ADC=75^\circ$.

3 版

一、选择题

1~6.BBADAD

二、填空题

7.72° 8.80° 9.30° 10.7.5

11. $(-\sqrt{3},1)$ 12.45°或 135°

三、解答题

13.证明:∵ $\widehat{AC}=\widehat{CB}$,

∴ $\angle AOC=\angle BOC$.

∵ $OA=OB, M, N$ 分别是半径 OA, OB 的中点,

∴ $OM=ON$.

在 $\triangle COM$ 和 $\triangle CON$ 中,

∵ $OC=OC, \angle COM=\angle CON, OM=ON$,

∴ $\triangle COM \cong \triangle CON$ (SAS).

∴ $CM=CN$.

14.解:连接 OD ,设 $OB=OD=R$,则 $OE=16-R$.

∴ 直径 $AB \perp CD, CD=16$,

∴ $\angle OED=90^\circ, DE=\frac{1}{2}CD=8$.

在 $\text{Rt}\triangle OED$ 中,根据勾股定理,得

$OD^2=OE^2+DE^2$,即 $R^2=(16-R)^2+8^2$.

解得 $R=10$.

∴ $\odot O$ 的半径为 10.

15.解:(1) $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形.

证明:∵ AC 为 $\odot O$ 的直径,

∴ $\angle ADC=\angle ABC=90^\circ$.

∴ $\angle ADB=\angle CDB, \therefore \widehat{AB}=\widehat{BC}$.

∴ $AB=BC$.

又 ∵ $\angle ABC=90^\circ$,

∴ $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形.

(2)在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AB=BC=\sqrt{2}$,

∴ $AC=2$.

在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中, $AD=1, AC=2$,

根据勾股定理,得 $CD=\sqrt{AC^2-AD^2}=\sqrt{3}$.

16.(1)证明:连接 AD .

∴ 四边形 $EFBG$ 是矩形,

∴ $\angle E=90^\circ$.

∴ $AE=DE$,

∴ $\angle ADE=\angle DAE=45^\circ$.

∴ AB 为直径,∴ $\angle ADB=\angle ACB=90^\circ$.

∴ $\angle BDC=45^\circ$.

∴ $\angle BAC=\angle BDC=45^\circ$.

∴ $\angle ABC=90^\circ-\angle BAC=45^\circ=\angle BAC$.

∴ $AC=BC$.

(2)解:∵ 在 $\text{Rt}\triangle AED$ 中, $DE=AE=1$,
 $\angle E=90^\circ$,

∴ $AD=\sqrt{AE^2+DE^2}=\sqrt{2}$.

∴ 在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $\angle ADB=90^\circ, BD=$

$3\sqrt{2}, AD=\sqrt{2}$,

∴ $AB=\sqrt{BD^2+AD^2}=2\sqrt{5}$.

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中,由勾股定理可求得
 $AC=BC=\sqrt{10}$.

∴ 在 $\text{Rt}\triangle AEC$ 中,由勾股定理得

$CE=\sqrt{AC^2-AE^2}=3$.

∴ $CD=CE-DE=3-1=2$.

17.解:(1)如图,连接 OB .

∵ $OC \perp AB$,∴ D 为 AB 的中点.

∵ $AB=16$,∴ $BD=\frac{1}{2}AB=8$.

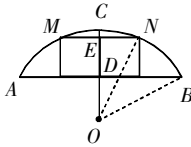
设 $OB=OC=r$ m.

∵ $CD=4$,则 $OD=(r-4)$ m.

在 $\text{Rt}\triangle BOD$ 中,根据勾股定理,得
 $r^2=(r-4)^2+8^2$.

解得 $r=10$.

答:此圆弧形拱桥的半径为 10 m.



(第 17 题图)

(2)此货船不能顺利通过这座拱桥.

理由如下:

如图,连接 ON .

∵ $CD=4, DE=3$,∴ $CE=4-3=1$.

∴ $OE=OC-CE=10-1=9$.

在 $\text{Rt}\triangle OEN$ 中,根据勾股定理,得

$EN=\sqrt{ON^2-OE^2}=\sqrt{10^2-9^2}=\sqrt{19}$.

∴ $MN=2EN=2\sqrt{19}$.

∴ $2\sqrt{19}$ m < 12 m,

∴ 此货船不能顺利通过这座拱桥.

5

第2课时

1.D

2.解:将三点 $(-1,8)$, $(2,-1)$, $(0,3)$ 的坐标分别代入表达式中,得

$$\begin{cases} a-b+c=8, \\ 4a+2b+c=-1, \\ c=3. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1, \\ b=-4, \\ c=3. \end{cases}$$

所以,所求二次函数的表达式为 $y=x^2-4x+3$.

2.4 二次函数的应用

第1课时

1.D

2.解:(1)货车能安全通行.理由如下:以 AB 的中垂线为 y 轴, AB 所在直线为 x 轴,建立平面直角坐标系.

设抛物线的表达式为 $y=ax^2+4$.

将 $B(4,0)$ 代入,得 $16a+4=0$.

解得 $a=-\frac{1}{4}$.

\therefore 抛物线的表达式为 $y=-\frac{1}{4}x^2+4$.

当 $x=1$ 时, $y=3.75$.

$\therefore 3.75-0.5=3.25>3.2$,

\therefore 货车能够安全通行.

(2)由 $x=\frac{11}{5}$ 可得 $y=2.79$.

$\therefore 2.79-0.5=2.29$,

\therefore 货车能够通行的最大安全限高为2.29m.

第2课时

1.B

2.解:(1)设“吉祥兔”每件的进价为 x 元,则“如意兔”每件的进价为 $(x-4)$ 元.

根据题意,得 $\frac{8800}{x}=2\times\frac{4000}{x-4}$.

解得 $x=44$.

经检验, $x=44$ 是原方程的根.

此时 $x-4=40$.

答:“吉祥兔”每件的进价为44元,“如意兔”每件的进价为40元.

(2)设商场把“如意兔”的售价定为 m 元/件,每天的利润为 y 元.

根据题意,得 $y=(m-40)[80+10(60-m)]=-10m^2+1\,080m-27\,200=-10(m-54)^2+1\,960$.

$\therefore -10<0$, $40\leq m\leq 60$, \therefore 当 $m=54$ 时, y 有最大值,最大值为1 960元.

答:商场把“如意兔”的销售价定为54元/件时,每天的利润最大,最大利润为1 960元.

2.5 二次函数与一元二次方程

第1课时

1.D 2. $c<\frac{9}{8}$

第2课时

1.C

2.解:(1)通过观察,可知函数 $y=x^2-2x-3$, $y=x^2-6x+9$ 与 $y=x^2-2x+3$ 的图

象与 x 轴的交点的个数分别为2个、1个、0个.

(2) $x^2-2x-3=0$ 的两个根为 $x_1=-1$, $x_2=3$; $x^2-6x+9=0$ 的两个根为 $x_1=x_2=3$; $x^2-2x+3=0$ 无实数根.

(3)设 $y=ax^2+bx+c$ (a,b,c 为常数,且 $a\neq 0$),令 $y=0$,得 $ax^2+bx+c=0$, $\Delta=b^2-4ac$.

当 $\Delta>0$ 时,方程有两个不相等的实数根,二次函数的图象与 x 轴有两个交点;

当 $\Delta=0$ 时,方程有两个相等的实数根,二次函数的图象与 x 轴只有一个交点(即顶点);

当 $\Delta<0$ 时,方程没有实数根,二次函数的图象与 x 轴没有交点.

3版

一、选择题

1~6.ACCBC

二、填空题

7. $0.5<x<0.6$ 8.(3,0) 9.2

10. $k\geq 0$ 且 $k\neq 1$ 11.15 12.8

三、解答题

13.解:将点 $(2,0)$ 和 $(0,-8)$ 的坐标分别代入表达式,

得 $\begin{cases} -4+2b+c=0, \\ c=-8. \end{cases}$

解得 $\begin{cases} b=6, \\ c=-8. \end{cases}$

所以,所求二次函数的表达式为 $y=-x^2+6x-8$.

14.解:(1)将点 $(2,4)$ 代入 $y=x^2+mx+m^2-3$,得 $4=4+2m+m^2-3$.

解得 $m_1=1$, $m_2=-3$.

又 $\therefore m>0$,

$\therefore m=1$.

(2) $\therefore m=1$,

$\therefore y=x^2+x-2$.

$\therefore \Delta=b^2-4ac=1^2-4\times 1\times (-2)=9>0$,

\therefore 二次函数 $y=x^2+mx+m^2-3$ 的图象与 x 轴有两个交点.

15.解:(1) $S=-\frac{1}{2}x^2+20x$, $0<x<40$.

(2)由(1)可知, $S=-\frac{1}{2}x^2+20x$.

$\therefore -\frac{1}{2}<0$,

\therefore 当 $x=-\frac{b}{2a}=-\frac{20}{2\times(-\frac{1}{2})}=20$ 时, S

有最大值 $\frac{4ac-b^2}{4a}=\frac{-20^2}{4\times(-\frac{1}{2})}=200$.

\therefore 当 x 为20cm时,这个三角形的面积 S 最大,最大面积是200cm².

16.解:(1)根据题意,设 y 关于 x 的函数表达式为 $y=a(x-3)^2+3$.

把 $(0,\frac{5}{3})$ 代入,得 $\frac{5}{3}=a(0-3)^2+3$.

解得 $a=-\frac{4}{27}$.

$\therefore y$ 关于 x 的函数表达式为 $y=-\frac{4}{27}(x-$

$3)^2+3$.

(2)该女生在此项考试中得满分.

理由:

令 $y=0$,则 $-\frac{4}{27}(x-3)^2+3=0$.

解得 $x_1=7.5$, $x_2=-1.5$ (舍去).

$\therefore 7.5>6.70$,

\therefore 该女生在此项考试中得满分.

17.解:(1)设 y 与 x 的函数关系式为 $y=kx+b$.

由图可知,函数图象过点 $(25,50)$ 和点 $(35,30)$.

把这两点的坐标代入一次函数 $y=$

$kx+b$,得 $\begin{cases} 25k+b=50, \\ 35k+b=30. \end{cases}$

解得 $\begin{cases} k=-2, \\ b=100. \end{cases}$

$\therefore y$ 与 x 的函数关系式为 $y=-2x+100$.

(2)根据题意,得 $(x-10)(-2x+100)=600$.

解得 $x_1=40$, $x_2=20$.

\therefore 当天玩具的销售单价是40元或20元.

(3)根据题意,得 $w=(x-10)(-2x+100)$.

整理,得 $w=-2(x-30)^2+800$.

$\therefore -2<0$,

\therefore 当 $x=30$ 时, w 有最大值,最大值为800.

\therefore 当玩具的销售单价定为30元时,日销售利润最大,最大利润是800元.

第19期

3~4版

一、选择题

1~6.CDCAA

二、填空题

7.增大 8. $y=(x-6)^2-36$

9. $y=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x-5$

10.3 11.6

12. $-\frac{29}{4}<b<-1$

三、

13.解:(1)把点 $A(2,-8)$ 代入 $y=ax^2$,得 $-8=ax^2$.

解得 $a=-2$.

所以该抛物线的表达式为 $y=-2x^2$.

(2) $\therefore -2\times 3^2=-18$,

\therefore 点 $B(3,-18)$ 在该抛物线上.

14.解:(1)将原解析式化为顶点式,得 $y=2(x-1)^2-3$.

所以顶点坐标为 $(1,-3)$.

(2)抛物线 $y=2x^2+1$ 的顶点坐标是

数学

北师大

$(0,1)$,因此将抛物线 $y=2x^2-4x-1$ 向左平移1个单位长度,再向上平移4个单位长度,即得抛物线 $y=2x^2+1$.

15.解:(1)设二次函数的表达式为 $y=a(x+1)^2+4$.

把点 $C(0,3)$ 代入,得 $3=a+4$.

解得 $a=-1$.

\therefore 二次函数的表达式为 $y=-x^2-2x+3$.

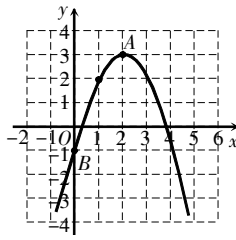
当 $y=0$ 时,解得 $x_1=1$, $x_2=-3$.

\therefore 点 A 的坐标为 $(-3,0)$,点 B 的坐标为 $(1,0)$.

(2)使一次函数值大于二次函数值的 x 的取值范围是 $x<-2$ 或 $x>1$.

16.解:(1) $A(2,3)$, $B(0,-1)$.

画出函数图象如图所示.



(第16题图)

(2)观察图象得:当 $1<x<4$ 时, $-1<y\leq 3$.

17.解:(1)将抛物线 $C_1:y=(x-1)^2-1$ 向左平移2个单位长度,再向下平移3个单位长度得到新抛物线 C_2 的表达式是 $y=(x-1+2)^2-1-3$,即 $y=(x+1)^2-4$.

(2)由平移的性质知,点 A 与点 A' 的纵坐标相等.

\therefore 将 $y=5$ 代入抛物线 C_2 ,得 $(x+1)^2-4=5$.

解得 $x_1=-4$, $x_2=2$ (舍去).

$\therefore AA'=4$.

根据平移的性质知: $BB'=AA'=4$,即点 B 与其对应点 B' 的距离为4.

四、

18.解:(1)根据题意可得,足球距离点 O 为 $30-14=16$ 米时,达到最大高度8米.

设抛物线的表达式为 $y=a(x-16)^2+8$.

把点 $(0,0)$ 代入表达式,得 $0=a(0-$

$16)^2+8$.

解得 $a=-\frac{1}{32}$.

中考版答案页第5期

\therefore 满足条件的抛物线的表达式为

$y=-\frac{1}{32}(x-16)^2+8$.

(2)当 $x=3$ 时, $y=-\frac{1}{32}\times(3-16)^2+8=2.718\,75$.

因为 $2.718\,75<2.88$,

所以C罗能在空中截住这次吊射.

19.解:(1)设垂直于墙的一边长为 x 米,围成的矩形花园的面积为 S 平方米,

则平行于墙的一边长为 $(120-3x)$ 米.

根据题意,得 $S=x(120-3x)=-3x^2+120x=-3(x-20)^2+1200$.

$\therefore -3<0$,

\therefore 当 $x=20$ 时, S 取最大值1200.

此时 $120-3x=120-3\times 20=60$.

\therefore 垂直于墙的一边长为20米,平行于墙的一边长为60米时,花园面积最大为1200平方米.

(2)设购买牡丹 m 株,则购买芍药 $1200\times 2-m=(2400-m)$ 株.

\therefore 学校计划购买费用不超过5万元,

$\therefore 25m+15(2400-m)\leq 50\,000$.

解得 $m\leq 1400$.

\therefore 最多可以购买1400株牡丹.

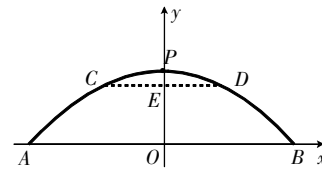
20.解:(1)如图,建立平面直角坐标系,由题意,得 $P(0,18)$, $B(30,0)$.

设抛物线的表达式为 $y=ax^2+18$,把 $B(30,0)$ 代入,得 $y=-\frac{1}{50}x^2+18$.

(2)要采取紧急措施.理由如下:

由题意,得 CD 与 y 轴交点 E 的坐标为 $(0,14)$,将 $y=14$ 代入抛物线 $y=-\frac{1}{50}x^2+18$,得 $x=\pm 10\sqrt{2}$.

$\therefore CD=20\sqrt{2}$ 米 <30 米,故要采取紧急措施.



(第20题图)

五、

21.解:(1)存在和谐点.理由如下:

设函数 $y=2x+1$ 的图象上的和谐点

的坐标为 (x,x) .

$\therefore 2x+1=x$.

解得 $x=-1$.

\therefore 和谐点的坐标为 $(-1,-1)$.

(2)① \therefore 点 $(\frac{5}{2},\frac{5}{2})$ 是二次函数 $y=$

ax^2+6x+c ($a\neq 0$)的图象上的和谐点,

$\therefore \frac{5}{2}=\frac{25}{4}a+15+c$.

$\therefore c=-\frac{25}{4}a-\frac{25}{2}$.

\therefore 二次函数 $y=ax^2+6x+c$ ($a\neq 0$)的图象上有且只有一个和谐点,

\therefore 方程 $ax^2+6x+c=x$ 有两个相等的实数根.

$\therefore \Delta=25-4ac=0$.

$\therefore a=-1$, $c=-\frac{25}{4}$.

②由①可知 $y=ax^2+6x+c+\frac{1}{4}=-x^2+6x-6=-(x-3)^2+3$.

\therefore 抛物线的对称轴为直线 $x=3$,顶点坐标为 $(3,3)$.

$\therefore 1\leq x\leq m$ 时,函数的最大值为3,最小值为-1,且当 $y=-1$ 时, x 的值为1或5,

$\therefore 3\leq m\leq 5$.

22.解:(1)160,2 240.

(2)根据题意,得 $y=(x-40)[180-10(x-52)]=-10x^2+1\,100x-28\,000$.

$\therefore y$ 与 x 的函数关系式是 $y=-10x^2+1\,100x-28\,000$.

$\therefore y=-10(x^2-110x+2\,800)=-10(x-55)^2+2\,250$,且 $-10<0$,

\therefore 当 $x=55$ 时, y 有最大值,最大值是2 250.

\therefore 销售价定为55元时,这周销售“小太阳”取暖器获利最大,最大利润是2 250元.

(3)把 $y=2\,000$ 代入 $y=-10x^2+1\,100x-28\,000$,得

$-10x^2+1\,100x-28\,000=2\,000$.

解得 $x_1=50$, $x_2=60$.

$\therefore x\geq 52$, $\therefore x=60$.

$\therefore x$ 的值是60.