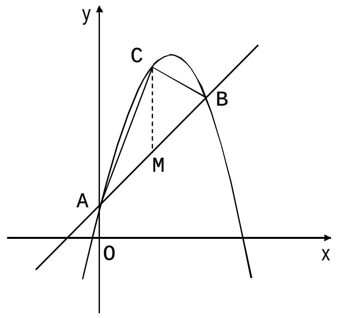
(2)设直线 AB 的表达式为 $y=kx+1$.将点 B(3,4)代入,得 $3k+1=4$.解得 $k=1$.所以直线 AB 的表达式为 $y=x+1$.设点 C 的坐标为 $(m,-m^2+4m+1)$.如图,过点 C 作 CM∥y 轴交直线 AB 于点 M.



(第 23(2)题图)

故点 M 的坐标为(m,m+1).

所以 $CM=-m^2+4m+1-m-1=-m^2+3m$.

因为四边形 ACBP 是平行四边形,

所以 $S_{四边形ACBP}=2S_{\triangle ABC}=2(S_{\triangle ACM}+S_{\triangle BCM})=2\times\frac{1}{2}CM\times3=3(-m^2+3m)=-3\left(m-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{27}{4}$.

因为 $-3<0$,所以,当 $m=\frac{3}{2}$ 时,四边形 ACBP 面积的最大值为 $\frac{27}{4}$.

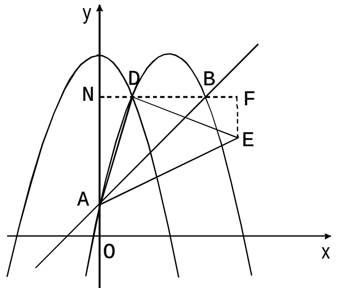
(3)因为抛物线 $y=-x^2+4x+1=-(x-2)^2+5$,

所以将抛物线向左平移 2 个单位长度后得到的抛物线表达式为 $y=-x^2+5$.

联立 $\begin{cases}y=-x^2+5,\\y=-(x-2)^2+5,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=1,\\y=4.\end{cases}$

所以点 D 的坐标为(1,4).

①如图,当 DA=DE,∠EDA=90°,点 E 在 AD 的右侧时,过点 D 作 x 轴的平行线交 y 轴于点 N,过点 E 作 y 轴的平行线,两直线交于点 F.



(第 23(3)题图)

∵∠DAN+∠NDA=∠NDA+∠EDF=90°,

∴∠DAN=∠EDF.

又∵∠DNA=∠EFD=90°,DA=DE,

∴△DNA≌△EFD(AAS).

∴DN=EF=1,AN=DF=3.

∴点 E 的坐标为(4,3).

②当 DA=DE,∠EDA=90°,点 E 在 AD 的左侧,同理,可得 E(-2,5).

③当 AD=AE,∠DAE=90°,点 E 在 AD 的左侧时,同理,可得 E(-3,2).

④当 AD=AE,∠DAE=90°,点 E 在 AD 的右侧时,同理,可得 E(3,0).

综上,点 E 的坐标为(4,3)或(-2,5)或(-3,2)或(3,0).

上、下册综合能力提升(二)

一、选择题

1~5.CADBB　　6~10.DCDDA

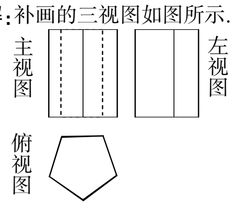
二、填空题

11.红　　12.110°

13.32　　14.(1)$\sqrt{2}$;(2)1:11

三、15.解: 原式 $=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}+2-1=1$.

16.解: 补画的三视图如图所示.



(第 16 题图)

四、17.解:(1)$\frac{1}{2}$.

(2)列表如下:

	红	红	黄	绿
红		(红,红)	(黄,红)	(绿,红)
红	(红,红)		(黄,红)	(绿,红)
黄	(红,黄)	(红,黄)		(绿,黄)
绿	(红,绿)	(红,绿)	(黄,绿)	

由表知,共有 12 种等可能结果,其中两次摸出的小球代表的纸片能拼成一个新矩形的有 8 种等可能结果,所以两次摸出的小球代表的纸片能拼成一个新矩形的概率为 $\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$.

18.解:(1)证明:∵$DE∥BC$,$DF∥AB$,∴四边形 $BFDE$ 为平行四边形.∴$\angle B=\angle EDF$.

(2)∵$CF=\frac{1}{3}BC$,∴$\frac{CF}{FB}=\frac{1}{2}$.∵$FB=DE$,∴$\frac{CF}{DE}=\frac{1}{2}$.∵$\angle CDF=\angle A$,$\angle C=\angle ADE$,∴$\triangle DFC\backsim\triangle AED$.∴$\frac{S_{\triangle DFC}}{S_{\triangle AED}}=\left(\frac{CF}{DE}\right)^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$.

五、19.解:(1)将 $x=1$ 代入 $y=x+2$,得 $y=3$.

∴交点的坐标为(1,3).

将(1,3)代入 $y=\frac{k}{x}$,得 $k=1\times3=3$.

(2)将一次函数 $y=x+2$ 的图象向下平移 4 个单位得到 $y=x-2$.由 $\begin{cases}y=x-2,\\y=\frac{3}{x},\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=3,\\y=1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=-1,\\y=-3.\end{cases}$ ∴A(-1,-3),B(3,1).

∴$AB=\sqrt{(3+1)^2+(1+3)^2}=4\sqrt{2}$.

20.解:(1)设抛物线的表达式为 $y=a(x-2)^2+10$.把 D(0,6)代入 $y=a(x-2)^2+10$,得 $4a=-4$.∴$a=-1$.∴$y=-(x-2)^2+10$.

(2)当 $y=0$ 时,$0=-(x-2)^2+10$.解得 $x_1=2+\sqrt{10}$,$x_2=2-\sqrt{10}$(舍去).所以 C$(2+\sqrt{10},0)$.

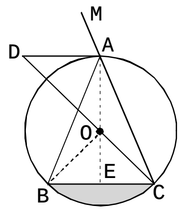
答:水柱落点 C 与水嘴底部 A 的距离 AC 为 $(2+\sqrt{10})$m.

六、21.解:(1)过点 D 作 DF⊥AE,垂足为 F.∴四边形 ABCF 是矩形.∴AF=BC=10 千米.在 Rt△ADF 中,∠DAF=45°,AF=10 千米,∴$AD=\frac{AF}{\cos45°}=\frac{10}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=10\sqrt{2}\approx10\times1.41\approx14$(千米).

∴AD 的长度约为 14 千米.

(2)小明应该选择路线①.理由:在 Rt△ADF 中,∠DAF=45°,AF=10 千米,∴∠ADF=45°=∠DAF.∴DF=AF=10 千米.在 Rt△ABE 中,∠ABE=90°-60°=30°,AB=DF+CD=24 千米,∴$AE=AB\cdot\tan30°=24\times\frac{\sqrt{3}}{3}=8\sqrt{3}$(千米),$EB=2AE=16\sqrt{3}$(千米).按路线①A-D-C-B 走的路程为 AD+DC+CB=14+14+10=38(千米),按路线②A-E-B 走的路程为 $AE+EB=8\sqrt{3}+16\sqrt{3}\approx24\times1.73=41.52$(千米).∵38<41.52,∴小明应该选择路线①.

七、22.解:(1)证明:如图,连接 AO 并延长交 BC 于点 E.∵AB=AC,△ABC 内接于⊙O,∴AE 所在的直线是△ABC 的对称轴,也是⊙O 的对称轴.∴∠BAE=∠CAE.又∵∠MAD=∠BAD,∠MAD+∠BAD+∠BAE+∠CAE=180°,∴$\angle BAD+\angle BAE=\frac{1}{2}\times180°=90°$,即 AD⊥OA.∴AD 是⊙O 的切线.



(第 22 题图)

(2)如图,连接 OB.∵∠OAD=∠OEC=90°,∠AOD=∠EOC,∴△AOD∽△EOC.∴$\frac{AD}{EC}=\frac{OA}{OE}$.

由(1)可知 AO 是△ABC 的对称轴,

∴OE 垂直平分 BC.∴$CE=\frac{1}{2}BC=3$.

设⊙O 的半径为 r,在 Rt△EOC 中,由勾股定理,得 $OE=\sqrt{r^2-3^2}=\sqrt{r^2-9}$.

∴$\frac{2\sqrt{3}}{3}=\frac{r}{\sqrt{r^2-9}}$.解得 r=6(取正值).

经检验 r=6 是原方程的解, 即 OB=OC=OA=6.

又∵BC=6,∴△OBC 是等边三角形.

∴∠BOC=60°,$OE=\frac{\sqrt{3}}{2}OC=3\sqrt{3}$.

∴$S_{阴影部分}=S_{扇形BOC}-S_{\triangle BOC}=\frac{60\times\pi\times6^2}{360}-\frac{1}{2}\times6\times3\sqrt{3}=6\pi-9\sqrt{3}$.

八、23.解:(1)已知抛物线 $y=x^2+bx+c$ 经过点 $A(1,0)$,$B(0,2)$,

∴$\begin{cases}1+b+c=0,\\c=2.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}b=-3,\\c=2.\end{cases}$

∴所求抛物线的表达式为 $y=x^2-3x+2$.

(2)∵$A(1,0)$,$B(0,2)$,∴$OA=1$,$OB=2$,

可得旋转后的点 C 的坐标为(3,1),当 $x=3$ 时,得 $y=3^2-3\times3+2=2$,可知抛物线 $y=x^2-3x+2$ 过点 (3,2),∴将原抛物线沿 y 轴向下平移 1 个单位后过点 C.∴平移后的抛物线的表达式为 $y=x^2-3x+1$.

(3)∵点 N 在 $y=x^2-3x+1$ 上,可设 N 点坐标为 $(x_0,x_0^2-3x_0+1)$.将 $y=x^2-3x+1$ 配方,得 $y=\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{5}{4}$.∴对称轴为直线 $x=\frac{3}{2}$.

①当 $0\leqslant x_0\leqslant\frac{3}{2}$ 时,如图①.

∵$S_{\triangle NBB_1}=2S_{\triangle NDD_1}$,∴$\frac{1}{2}\times1\times x_0=2\times\frac{1}{2}\times1\times\left(\frac{3}{2}-x_0\right)$.解得 $x_0=1$.∵$x_0=1$,此时 $x_0^2-3x_0+1=-1$,

∴点 N 的坐标为 $(1,-1)$.

②当 $x_0>\frac{3}{2}$ 时,如图②.

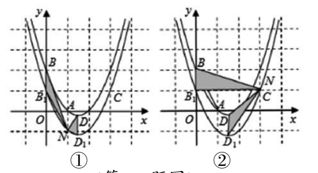
同理可得 $\frac{1}{2}\times1\times x_0=2\times\frac{1}{2}\times1\times\left(x_0-\frac{3}{2}\right)$.

∴$x_0=3$.此时 $x_0^2-3x_0+1=1$,

∴点 N 的坐标为(3,1).

③当 $x_0<0$ 时,点 N 不存在.

综上,点 N 的坐标为 $(1,-1)$ 或(3,1).



(第 23 题图)

第21期

2 版

26.1 随机事件

1.D　2.A　3.1　4.C

5.解: 1 号袋子摸到白球的可能性=0,

2 号袋子摸到白球的可能性 $=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$,

3 号袋子摸到白球的可能性 $=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$,

4 号袋子摸到白球的可能性 $=\frac{9}{10}$,

5 号袋子摸到白球的可能性=1.

故可能性从小到大排序为 1 号,2 号,3 号,4 号,5 号.

26.2 等可能情形下的概率计算

第 1 课时

1.A　2.C　3.$\frac{1}{2}$

第 2 课时

1.D　2.A　3.$\frac{1}{6}$

第 3 课时

解:(1)$\frac{1}{3}$.

(2)列表如下:

第二次＼第一次	1	2	3
1	2	3	4
2	3	4	5
3	4	5	6

所有可能出现的结果有 9 种,且每种结果出现的可能性相等,其中指针前后所指数字之和为偶数的结果有 5 种,所指数字之和为奇数的结果有 4 种,

所以 P(明明参加)$=\frac{5}{9}$,P(乐乐参加)$=\frac{4}{9}$.

因为 $\frac{5}{9}>\frac{4}{9}$,

所以班长设计的这个游戏对双方不公平.

3 版

一、选择题

1~4.ADAC　　5~8.BADB

二、填空题

9.必然　10.②　11.$\frac{2}{5}$　12.$\frac{1}{3}$

13.$\frac{3}{16}$　14.$\frac{1}{6}$　15.$\frac{2}{3}$

三、解答题

16.解:(1)因为一个袋中装有除颜色外都相同的红球和黄球共 10 个,其中红球 6 个,

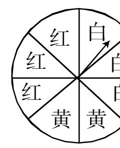
所以"摸出的球是白球"是不可能事件,"摸出的球是白球"的概率是 0.

(2)"摸出的球是黄球" 是随机事件,"摸出的球是黄球"的概率是 $\frac{10-6}{10}=\frac{2}{5}$.

17.解:(1)P(红色区域)$=\frac{120°}{360°}=\frac{1}{3}$,

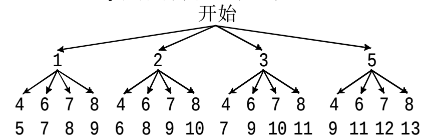
P(白色区域)$=\frac{360°-120°}{360°}=\frac{2}{3}$.

(2)如图.



(第 17 题图)

18.解:(1)用树状图表示如下:



(第 18 题图)

一共有 16 种结果,每种结果出现的可能性相同,和为偶数的概率为 $\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$,

所以小莉去杭州看亚运会的概率为 $\frac{3}{8}$.

(2)由(1)列表的结果可知:小莉去的概率为 $\frac{3}{8}$,哥哥去的概率为 $\frac{5}{8}$,所以游戏不公平,对哥哥有利.

游戏规则改为:若和为偶数则小莉得 5 分,若和为奇数则哥哥得 3 分,则游戏是公平的.

第 22 期

2 版

26.3 用频率估计概率

1.D　2.A　3.C　4.C

5.2.4　6.白球　7.①③

8.解:(1)参与该游戏可免费得到景点吉祥物的频率为 $\frac{15\ 000}{60\ 000}=0.25$.

(2)设纸箱中白球的数量为 x 个.

根据题意,得 $\frac{12}{12+x}=0.25$.

解得 x=36.

经检验,x=36 是分式方程的解且符合题意.

所以估计纸箱中白球的数量接近 36.

9.解:(1)0.25.

(2)根据题意,得 20×(1-0.25)=20×0.75=15(个).

所以,估计盒子里黑球有 15 个.

(3)①④.

3~4 版

一、选择题

1~5.AACBB　　6~10.BBCBA

二、填空题

11.20　　12.$\frac{1}{12}$

13.$\frac{\pi-2}{4}$　　14.(1)180;(2)$\frac{1}{4}$

三、

15.解:(1)当 n=1 时,3 名男生都能选上,男生小强参加是必然事件.

(2)当 n=2 或 3 时,男生小强参加是随机事件.

16.解:(1)$\frac{1}{6}$.

(2)设袋子中黄球的个数为 x 个.

根据题意,得 $\frac{12-2-x}{12}=\frac{2}{3}$.解得 x=2.

所以袋子中黄球的个数为 2 个.

四、

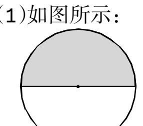
17.解:(1)$S_A=\pi(9^2-6^2)=45\pi(cm^2)$,

$S_B=\pi(6^2-3^2)=27\pi(cm^2)$,

$S_C=\pi\times3^2=9\pi(cm^2)$.

(2)P(黄豆落在 B 区域)$=\frac{27\pi}{45\pi+27\pi+9\pi}=\frac{1}{3}$.

18.解:(1)如图所示:

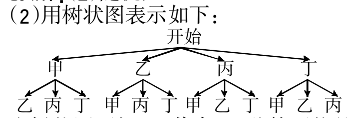

(第 18 题图)

(2)答案不唯一,如:6 个面上分别写上 4 个2、2 个 3.

五、

19.解:(1)随机.

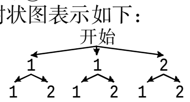
(2)用树状图表示如下:



由树状图可知,一共有 12 种等可能的结果,其中甲、丁同学都被选为宣传员的结果有 2 种.所以 P(甲、丁同学都被选为宣传员)$=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$.

20.解:(1)①.

(2)用树状图表示如下:



由树状图可知,共有 6 种等可能的结果,其中恰好摸到两个球所标数字相同的结果有 3 种,即(1,1),(1,1),(2,2).所以 P(恰好摸到两个球所标数字相同)$=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$.

六、

21.解:【试验推算】

由表可知,摸出有记号的球有 3+2=5(个).

所以盒子中的球共有 $10\div\frac{5}{50}=100$(个).

【活动探究】

(1)由表可知,摸出红球的个数约为 17+3=20(个),摸出白球的个数约为 28+2=30(个).

所以红球占总球数的百分比约为:20÷50×100%=40%,白球占总球数的百分比约为:30÷50×100%=60%.

所以摸到白球的概率大.

(2)盒子中红球个数约为:100×40%=40(个),

白球个数约为:100×60%=60(个),

所以放入 10 个红球,拿走 10 个白球,可以使摸到这两种颜色的球的概率相等(答案不唯一).

七、

22.解:(1)8.

(2)108°.

(3)列表如下:

	男 1	男 2	女 1	女 2
男 1		(男 1,男 2)	(男 1,女 1)	(男 1,女 2)
男 2	(男 2,男 1)		(男 2,女 1)	(男 2,女 2)
女 1	(女 1,男 1)	(女 1,男 2)		(女 1,女 2)
女 2	(女 2,男 1)	(女 2,男 2)	(女 2,女 1)	

由表知,共有 12 种等可能的结果,其中所选同学中有男生的有 10 种结果.

所以 P(所选同学中有男生)$=\frac{10}{12}=\frac{5}{6}$.

八、

23.解:(1)x=100-12-19-15-18-20=16.

(2)因为"3 点朝上"出现的次数是 15,

所以"3 点朝上"出现的频率 $=\frac{15}{100}=0.15$.

(3)数学学习小组的结论不正确.理由:因为"1 点朝上"的频率为 12%,不能说明"1 点朝上"这一事件发生的概率就是 12%,只有当试验的次数足够多时,该事件发生的频率才稳定在事件发生的概率附近,才可以将这个频率的稳定值作为该事件发生的概率.

(4)设盒子中有白球 x 个.

根据题意,得 $\frac{40}{40+x}=0.2$.解得 x=160.

经检验,x=160 是原方程的解.

答:估计盒子中大约有白球 160 个.

⑥

第23期

下册综合能力提升(一)

一、选择题

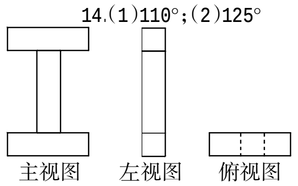
1~5.AAADA　6~10.DABBD

二、填空题

11.不变,圆　12.$\frac{1}{6}$

13.36°　14.(1)110°;(2)125°

三、15.



(第15题图)

16.解:∵BC=BE,∴∠E=∠BCE.∵四边形ABCD是圆内接四边形,∴∠A+∠DCB=180°.

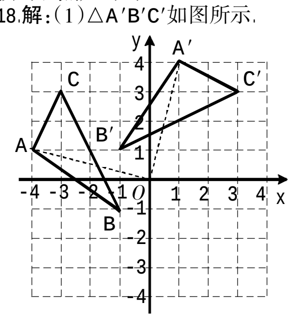
∵∠BCE+∠DCB=180°,∴∠A=∠BCE.∴∠A=∠E.∴AD=DE.

∴△ADE是等腰三角形.

四、17.解:对.

理由:因为小明转出的数字共有9种等可能的结果,其中,转出的数字小于7共有6种等可能的结果,所以小明转出的数字小于7的概率是$\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$.因为红色部分所在扇形圆心角的度数是360°-120°=240°,所以小亮转出的颜色是红色的概率是$\frac{240}{360}=\frac{2}{3}$.因为$\frac{2}{3}=\frac{2}{3}$,所以小颖的观点是对的.

18.解:(1)△A′B′C′如图所示.

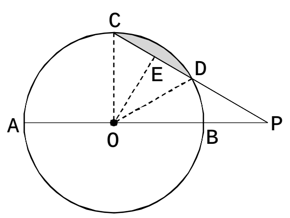


(第18题图)

(2)连接OA,OA'.∵点A的坐标为(−4,1),∴$OA=\sqrt{17}$.∴点A旋转到点A'所经过的路径长=$\frac{90\pi\times\sqrt{17}}{180}=\frac{\sqrt{17}}{2}\pi$.

五、19.解:(1)如图,过点O作OE⊥CD于点E,连接OC,OD.∴CE=DE.∵$PO=4\sqrt{3}$,∠OPC=30°,∴$OE=\frac{1}{2}PO=2\sqrt{3}$.∵直径AB=8,∴OD=4.∴$DE=\sqrt{OD^2-OE^2}=\sqrt{4^2-(2\sqrt{3})^2}=2$.∴CD=2DE=4.

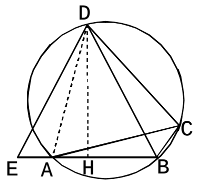
(2)∵OD=2DE,∴∠DOE=30°.∴∠COD=60°.∴阴影部分的面积为$\frac{60\pi\times4^2}{360}-\frac{1}{2}\times4\times2\sqrt{3}=\frac{8\pi}{3}-4\sqrt{3}$.



(第19题图)

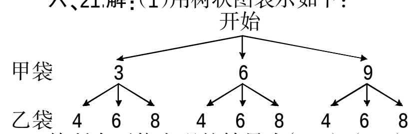
20.解:(1)证明:连接AD.∵DE=DB,∴∠E=∠DBA.∵BD平分∠ABC,∴∠DBC=∠DBA.∴∠DBC=∠E.∵∠EAD=∠BCD,∴△DBC≌△DEA(AAS).∴EA=BC.

(2)如图,过D作DH⊥AB于点H.∵DE=DB,DH⊥AB,∴$EH=\frac{1}{2}EB=4$.∵EA=BC=2,∴AH=EH-EA=2.∵∠DBC=∠DBA,∴CD=AD,$CD^2=AD^2$.∵$ED^2=HD^2+HE^2=HD^2+16$,$AD^2=HD^2+HA^2=HD^2+4$,∴$ED^2-CD^2=16-4=12$.



(第20题图)

六、21.解:(1)用树状图表示如下:



故所有可能出现的结果为(3,4),(3,6),(3,8),(6,4),(6,6),(6,8),(9,4),(9,6),(9,8).

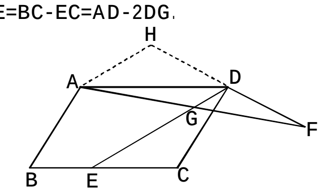
(2)规则1.

理由如下:由树状图可知,一共有9种等可能的结果,其中摸出的两个球的号码至少有一个是6的结果数为5个,摸出的两个球的号码的乘积小于30的结果数为4个,所以P(规则1小张当领队)=$\frac{5}{9}$,P(规则2小张当领队)=$\frac{4}{9}$.

因为$\frac{5}{9}>\frac{4}{9}$,所以小张想当领队,他应该选择规则1更有利于自己.

七、22.解:(1)∵∠ADF=90°,$AD=8\sqrt{5}$,$AF=10\sqrt{5}$,∴$DF=\sqrt{AF^2-AD^2}=\sqrt{500-320}=6\sqrt{5}$.∵将CD绕着点D逆时针旋转至DF,∴$DF=CD=6\sqrt{5}$.∵四边形ABCD是平行四边形,∴$AB=CD=6\sqrt{5}$.∵AE=2BE,且$AB^2=AE^2+BE^2$,∴$180=5BE^2$.∴BE=6.

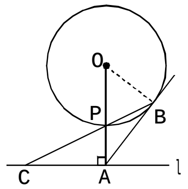
(2)证明:如图,过点A作AH∥DE,交FD的延长线于点H,∴∠HAD=∠ADE,∠H=∠EDF.∵四边形ABCD是平行四边形,∴AD∥BC,AB∥CD.∴∠B+∠C=180°,∠ADE=∠DEC.∴∠HAD=∠DEC.∵∠EDF+∠B=180°,∴∠H=∠EDF=∠C.∵DG∥AH,∴$\frac{DF}{HD}=\frac{GF}{AG}$,且AG=GF.∴HD=DF.∴HD=DF=CD,且AG=GF.∴AH=2DG.∵DH=DC,∠H=∠C,∠HAD=∠DEC,∴△AHD≌△ECD(AAS).∴AH=EC.∴EC=2DG.∴BE=BC-EC=AD-2DG.



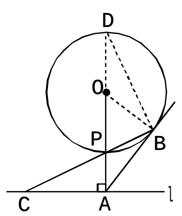
(第22题图)

八、23.解:(1)AB=AC.

理由如下:如图①,连接OB.∵AB切⊙O于点B,OA⊥AC,∴∠OBA=∠OAC=90°.∴∠OBP+∠ABP=90°,∠ACP+∠CPA=90°.∵OP=OB,∴∠OBP=∠OPB.∵∠OPB=∠APC,∴∠ACP=∠ABC.∴AB=AC.



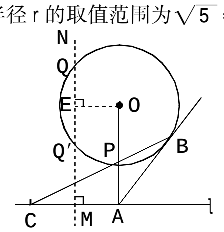
(第23题图①)



(第23题图②)

(2)如图②,延长AP交⊙O于点D,连接BD.设⊙O的半径为r,则由OA=5,得OP=OB=r,PA=5−r.又∵$PC=2\sqrt{5}$,∴$AB^2=OA^2-OB^2=5^2-r^2$,$AC^2=PC^2-PA^2=(2\sqrt{5})^2-(5-r)^2$.由AB=AC,得$5^2-r^2=(2\sqrt{5})^2-(5-r)^2$.解得r=3.∴AB=AC=4.∵PD是直径,∴∠PBD=90°=∠PAC.∵∠DPB=∠CPA,∴△DPB∽△CPA.∴$\frac{CP}{PD}=\frac{AP}{BP}$,即$\frac{2\sqrt{5}}{6}=\frac{2}{BP}$.解得$PB=\frac{6\sqrt{5}}{5}$.

(3)如图③,作线段AC的垂直平分线MN,作OE⊥MN,则$OE=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\sqrt{5^2-r^2}$.又∵⊙O要与直线MN有交点,∴$OE=\frac{1}{2}\sqrt{5^2-r^2}\leqslant r$,解得$r\geqslant\sqrt{5}$.又∵⊙O与直线l相离,∴r<5.∴⊙O的半径r的取值范围为$\sqrt{5}\leqslant r<5$.



(第23题图③)

下册综合能力提升(二)

一、选择题

1~5.DAABB　6~10.DCACA

二、填空题

11.随机事件　12.35

13.4cm,$24\pi cm^2$

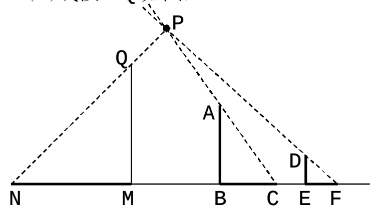
14.(1)$4\sqrt{2}$;(2)$\frac{4\sqrt{5}}{5}$

三、15.解:这个游戏可以设计为:袋子中装有2个红球,2个黄球,1个白球,1个黑球,这些球除颜色外都相同,从袋中任意摸一个球,摸到红球,小虎周末就可以去逛公园.

注:答案不唯一,正确即可.

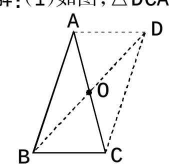
16.解:(1)点P位置如图.

(2)线段MQ如图.



(第16题图)

四、17.解:(1)如图,△DCA即为所求.



(第17题图)

(2)四边形ABCD是平行四边形.

理由如下:

由(1)可知:OB=OD.

∵点O是AC的中点,∴OA=OC.

∴四边形ABCD是平行四边形.

18.解:∵将$\triangle ABD$绕点B顺时针旋转60°至$\triangle CBE$的位置,

∴$BD=BE=7$,$\angle DBE=60°$,$AD=CE=5$.

∴$\triangle BDE$是等边三角形.

∴$DE=BD=7$.

∴在$\triangle DEC$中,$DC=4\sqrt{2}$,$DE=7$,$CE=5$.

过点C作CF⊥DE于点F,设EF=x.

则$5^2-x^2=(4\sqrt{2})^2-(7-x)^2$.

解得x=3.

∴CF=4.∴$S_{\triangle DEC}=\frac{1}{2}\times7\times4=14$.

五、19.解:(1)连接AD.

∵AC是⊙O的切线,AB是⊙O的直径,

∴AB⊥AC,即∠BAC=90°.

∵∠ABC=52°,

∴∠C=90°-∠ABC=90°-52°=38°.

∵AB是⊙O的直径,∴∠ADB=90°.

∴∠DAB=90°-∠ABC=90°-52°=38°.

∴∠DFB=∠DAB=38°.

(2)连接OD.

在△BDE中,DB=DE,∠B=52°,

∴∠BED=∠B=52°.

∴∠BDE=180°-∠BED-∠B=76°.

又∵OB=OD,∴∠BDO=∠B=52°.

∴∠ODF=76°-52°=24°.

∵OD=OF,∴∠OFD=∠ODF=24°.

20.解:(1)$\pi\times\left(\frac{4}{2}\right)^2\times2+\pi\times4\times6=8\pi+24\pi=32\pi$.

故这个圆柱的表面积是32π.

(2)$\pi\times\left(\frac{4}{2}\right)^2\times6=\pi\times4\times6=24\pi$.

故这个圆柱的体积是24π.

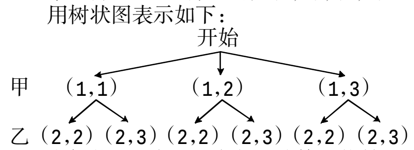
六、21.解:(1)$\frac{1}{7}$.

(2)将第m排,第n列记为(m,n),

由图②知,第1排可入座的位置有:(1,1),(1,2),(1,3);

第2排可入座的位置有:(2,2),(2,3).

用树状图表示如下:



由树状图可知,一共有6种等可能结果,其中甲、乙刚好坐在同一列有2种结果,所以P(甲、乙两人刚好坐在同一列上)=$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

(3)将第m排,第n列记为(m,n),由图③知,可入座的位置有:(1,1),(1,3),(2,2),(3,1),(3,3).

列表如下:

丁＼丙	(1,1)	(1,3)	(2,2)	(3,1)	(3,3)
(1,1)		√	√	√	√
(1,3)	√		√	√	√
(2,2)	√	√		√	√
(3,1)	√	√	√		√
(3,3)	√	√	√	√	

由表格可知,一共有20种可能的入座方法,结合图③可知:仅有三位家长坐在同一直线上有8种可能性,所以P(仅有三位家长坐在同一直线上)=$\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$.

七、22.解:(1)作GH⊥AD交AD的延长线于H,∵∠ADG=150°,∴∠HDG=30°.∴$HG=\frac{1}{2}DG=1$.∴$DH=\sqrt{DG^2-HG^2}=\sqrt{3}$.∴$AH=AD+DH=3\sqrt{3}$.∴$AG=\sqrt{AH^2+HG^2}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+1^2}=2\sqrt{7}$.

(2)猜想:$DM=\frac{1}{2}CE$.

证明:延长DM到点N,使DM=NM,连接NG,在△ADM与△GNM中,$\begin{cases}AM=GM,\\ \angle AMD=\angle GMN,\\ DM=NM.\end{cases}$

∴△ADM≌△GNM(SAS).∴AD=GN,∠DAM=∠NGM.∵AD=DC,∴GN=DC.∵∠DAM=∠NGM,∴AD∥GN.∴∠ADG+∠EDC=∠ADC+∠EDG=180°.∴∠DGN=∠EDC.∴△DGN≌△EDC(SAS).∴DN=EC.∵DN=DM+MN=2DM,∴$DM=\frac{1}{2}EC$.

八、23.解:(1)△CFG是等腰三角形.

证明:∵AB是⊙O的直径,∴∠ACB=90°.

∴∠CAD+∠AGC=90°.

∵CE⊥AB,∴∠AFE+∠BAD=90°.

∵D为$\overset{\frown}{BC}$的中点,∴∠CAD=∠BAD.

∴∠AGC=∠AFE.

∵∠AFE=∠CFG,∴∠CGF=∠CFG.

∴CF=CG.∴△CFG是等腰三角形.

(2)①∵∠BAD=∠CAD=30°,∴∠BAC=30°+30°=60°.∴∠ABC=90°-60°=30°.∴$AC=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times12=6$.∵∠ACG=90°,∴$\tan\angle CAD=\tan30°=\frac{CG}{AC}$.∴$CF=CG=AC\cdot\tan30°=6\times\frac{\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}$.

②连接OC.∵∠OAC=60°,OA=OC,∴△OAC是等边三角形.∴∠AOC=60°,OA=OC=6.

∵CE⊥AB,∴$OE=AE=\frac{1}{2}OA=3$.

∴$CE=\sqrt{OC^2-OE^2}=3\sqrt{3}$.

∴$S_{阴影}=S_{扇形AOC}-S_{\triangle AOC}=\frac{60\pi\times6^2}{360}-\frac{1}{2}\times6\times3\sqrt{3}=6\pi-9\sqrt{3}$.

第24期

上、下册综合能力提升(一)

一、选择题

1~5.DCBCB　6~10.DCCBD

二、填空题

11.①　12.4π　13.27

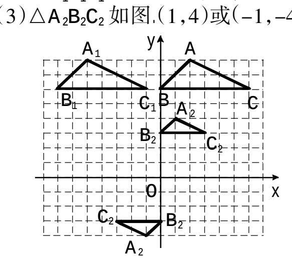
14.(1)4;(2)$1\leqslant k\leqslant\frac{25}{4}$

三、15.解:原式$=2\times\frac{\sqrt{2}}{2}-4+1-(\sqrt{2}-1)=\sqrt{2}-4+1-\sqrt{2}+1=-2$.

16.解:(1)(2,8),(6,6);

(2)$\triangle A_1B_1C_1$如图.$(a-7,b)$;

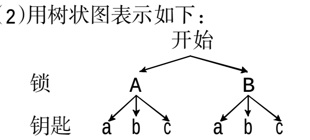
(3)$\triangle A_2B_2C_2$如图.(1,4)或(−1,−4).



(第16题图)

四、17.解:(1)$\frac{1}{3}$.

(2)用树状图表示如下:



共有6种等可能的结果,其中取出的钥匙恰好能打开锁的结果有2种,即Aa,Bb,所以取出的钥匙恰好能打开锁的概率为$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

18.解:(1)证明:∵在▱$ABCD$中,$AB\parallel CD$,$AD\parallel BC$,∴$\angle C+\angle B=180°$,$\angle ADF=\angle DEC$.

∵$\angle AFD+\angle AFE=180°$,$\angle AFE=\angle B$,

∴$\angle AFD=\angle C$.∴$\triangle ADF\backsim\triangle DEC$.

(2)∵四边形$ABCD$是平行四边形,

∴$CD=AB=8$.

由(1)知$\triangle ADF\backsim\triangle DEC$,∴$\frac{AD}{DE}=\frac{AF}{DC}$.

∴$DE=\frac{AD\cdot DC}{AF}=\frac{6\sqrt{3}\times8}{4\sqrt{3}}=12$.

在Rt$\triangle ADE$中,根据勾股定理,得$AE=\sqrt{DE^2-AD^2}=\sqrt{12^2-(6\sqrt{3})^2}=6$.

五、19.解:过点B作BH⊥AE于点H.

∵坡度i为1:0.75,∴设BH=4xm,AH=3xm.∴$AB=\sqrt{AH^2+BH^2}=5x=10$.解得x=2.∴AH=6m,BH=8m.过点B作BF⊥CE于点F,则EF=BH=8(m),BF=EH.设DF=am.∵α=26°35′,∴$BF=\frac{DF}{\tan26°35'}=\frac{a}{0.5}=2a$.∴AE=6+2a.∵坡度i为1:0.75,∴CE:AE=(20+a+8):(6+2a)=1:0.75.解得a=12.∴DF=12(m).∴DE=DF+EF=12+8=20(m).

答:堤坝高为8m,山高DE为20m.

20.解:(1)证明:连接OD,作OM⊥BC于点M.∵AC=BC,O是AB中点,∴CO平分∠ACB,CO⊥AB.∵AC切圆于点D,∴OD⊥AC.∴OD=OM.∴BC是⊙O的切线.

(2)作OH⊥AG于点H.∴FG=2GH.∵△OAC是等腰直角三角形,∴$OA=\frac{\sqrt{2}}{2}AC=\frac{\sqrt{2}}{2}\times4\sqrt{2}=4$.∵△AOD是等腰直角三角形,∴$OD=\frac{\sqrt{2}}{2}AO=2\sqrt{2}$.∴$OG=2\sqrt{2}$.∴$AG=\sqrt{OA^2+OG^2}=2\sqrt{6}$.∴$\cos G=\frac{GH}{OG}=\frac{OG}{AG}$,即$\frac{GH}{2\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{6}}$.∴$GH=\frac{2\sqrt{6}}{3}$.∴$FG=\frac{4\sqrt{6}}{3}$.

六、21.解:(1)∵8-6=2,∴抛物线的顶点坐标为(2,3).设抛物线的函数表达式为$y=a(x-2)^2+3$.把点A(8,0)代入,得36a+3=0.解得$a=-\frac{1}{12}$.∴抛物线的函数表达式为$y=-\frac{1}{12}(x-2)^2+3$.当x=0时,$y=-\frac{1}{12}\times4+3=\frac{8}{3}$.∵$\frac{8}{3}>2.44$,∴球不能射进球门.

(2)设小明带球向正后方移动m米,则移动后的抛物线为$y=-\frac{1}{12}(x-2-m)^2+3$.把点(0,2.25)代入,得$2.25=-\frac{1}{12}(0-2-m)^2+3$.解得m=-5(舍去)或m=1.∴当时他应该带球向正后方移动1m射门,才能让足球经过点O正上方2.25m处.

七、22.解:(1)证明:∵将线段CP绕点C顺时针旋转90°,得到线段CQ.∴CP=CQ,∠PCQ=90°.∵四边形ABCD是正方形,∴BC=CD,∠BCD=90°.∴∠BCP=∠DCQ.∴△BCP≌△DCQ(SAS).∴∠CBP=∠CDQ.

(2)证明:∵∠CBF+∠BFC=90°,∠BFC=∠DFE,∴∠CBF+∠DFE=90°.又∵∠CBP=∠CDQ,∴∠CDQ+∠DFE=90°.∴∠DEF=90°.∴BE⊥DQ.

(3)$PD=\sqrt{2}DE$.

理由如下:∵△BCP≌△DCQ,∴CP=CQ.∵△BCP为等边三角形,∴∠BPC=∠BCP=60°,BC=CP.∴PC=CD=DQ,∠CDQ=60°.∴∠CPD=∠CDP.∵∠EPD=180°-60°-∠CPD,∠EDP=180°-60°-∠CDP,∴∠EPD=∠EDP.∴PE=DE.由(2)知BE⊥DQ,∴△PED为等腰直角三角形.∴$PD=\sqrt{2}DE$.

八、23.解:(1)将点A(0,1)和点B(3,4)代入$y=ax^2+4x+c$中,得$\begin{cases}c=1,\\ 9a+12+c=4.\end{cases}$解得$\begin{cases}a=-1,\\ c=1.\end{cases}$

所以抛物线的表达式为$y=-x^2+4x+1$.