

11.BD

提示:取样本数据为0,0,0,0,0,1,显然A错误;不妨设 $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_6$,则 x_2, x_3, x_4, x_5 的中位数等于 $\frac{x_3+x_4}{2}$, $x_1,$

x_2, \dots, x_6 的中位数等于 $\frac{x_3+x_4}{2}$,且 $x_5-x_2 \leq x_6-x_1$,当且仅当 $x_1=x_2, x_5=x_6$ 时,等号成立,故B,D正确;因为 x_1 是最小值, x_6 是最大值,所以 x_2, x_3, x_4, x_5 的波动性不大于 x_1, x_2, \dots, x_6 的波动性,即 x_2, x_3, x_4, x_5 的标准差不大于 x_1, x_2, \dots, x_6 的标准差,故C错误.故选BD.

12.AB

提示:设数据的最大值为 x ,最小值为 y ,每天检测到的数据分别为 x_1, x_2, \dots, x_{10} .

对于A地区,由极差为20,得 $x-y=20$,又因为75%分位数为180,所以 $x-180 \leq 20$,得 $x \leq 200$,所以A地区一定达标;对于B地区,因为方差 $s^2 = \frac{1}{10}[(x_1-170)^2+(x_2-170)^2+\dots+(x_{10}-170)^2] = 90$,所以 $(x_1-170)^2+(x_2-170)^2+\dots+(x_{10}-170)^2 = 900$,若10个数据中有1个数据大于200,则 $(x_1-170)^2+(x_2-170)^2+\dots+(x_{10}-170)^2 > 900$,矛盾,所以这10个数据都不大于200,所以B地区一定达标;对于C地区,若10个数据分别为150,150,150,150,150,150,150,150,150,210,满足中位数为150,极差为60,但C地区未达标;对于D地区,若10个数据分别为100,100,100,160,160,160,160,175,175,210,满足平均数为150,众数为160,但D地区未达标.故选AB.

三、填空题

13.7

提示:因为 $153.5+5 \times 6 = 183.5 < 186, 153.5+5 \times 7 = 188.5 > 186$,所以组数为7.

14.6.75

提示:由题意可得,样本共40个零件,则样本平均数为 $\frac{10}{40} \times 12 + \frac{30}{40} \times 16 = 15$,样本方差为 $\frac{10}{40} [4.5+(12-15)^2] + \frac{30}{40} \times [3.5+(16-15)^2] = 6.75$.由此可知这种零件的尺寸的方差估计值为6.75.

15.946亿元

提示:设第二季度GDP为 x 亿元,第三季度GDP为 y 亿元,则 $232 < x < y < 241$.

因为中位数与平均数相同,

所以 $\frac{x+y}{2} = \frac{232+x+y+241}{4}$,得 $x+y=473$.

所以该地一年的GDP为 $232+x+y+241=946$ (亿元).

16.120

提示:由频率分布直方图的性质,得 $(0.05+0.15+x+0.05) \times 2 = 1$,解得 $x=0.25$.所以学习时长在 $[9, 13]$ 内的频率为 $(0.25+0.05) \times 2 = 0.6$,所以 $n = \frac{72}{0.6} = 120$.

四、解答题

17.解:(1)频率分布表如下所示.

分组	频数	频率
[12.5, 15.5)	6	0.06
[15.5, 18.5)	16	0.16
[18.5, 21.5)	18	0.18
[21.5, 24.5)	22	0.22
[24.5, 27.5)	20	0.20
[27.5, 30.5)	10	0.10
[30.5, 33.5]	8	0.08
合计	100	1

(2)样本在 $[21.5, 30.5)$ 的数据的频率为 $0.22+0.20+0.10=0.52$,由此估计总体中在 $[21.5, 30.5)$ 的数据占的百分比为 $0.52 \times 100\% = 52\%$.

数学 北师大



扫码免费下载
习题讲解 ppt

第 13 期

第3-4版同步测试参考答案

一、单项选择题

1.D

提示:频率分布直方图用来显示样本在某一范围所占的比例大小,故选D.

2.B

提示:由题设,得该组样本的频数为 $32 \times 0.25 = 8$.故选B.

3.C

提示:由题图可知,第3个小矩形最高,由此估计该次考试成绩的众数为 $\frac{80+90}{2} = 85$.故选C.

4.D

提示:将比赛得分从小到大排序,得85,87,89,90,91,91,92,93,95,96,共10个数据,又 $10 \times 80\% = 8$,所以这组数据的80%分位数为 $\frac{93+95}{2} = 94$.故选D.

5.B

提示:由已知,得这批样本的平均果籽数量为 $\frac{1 \times 12 + 2 \times 5 + 3 \times 2 + 4 \times 1}{12 + 5 + 2 + 1} = 1.6$.故选B.

6.C

提示:由题表知,前3组的频率为 $\frac{5+18+20}{100} = 0.43 < 0.5$,前4组的频率为 $\frac{5+18+20+32}{100} = 0.75 > 0.5$,所以这组

样本数据的中位数在第4组,即所在的区间为 $[70, 80)$.故选C.

7.C

提示:由题知,前6个区间长度依次为2,3,7,5,6,32,26,其平均值为 $\frac{2+3+7+56+32+26}{6} = 21$,所以估计 $N = 126 + 21 = 147$.故选C.

8.D

提示:由题意,得 $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$,

所以 $\sum_{i=1}^n x_i = n\bar{x}, \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = ns^2$.

所以 $\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{w})^2 = \sum_{i=1}^n [(x_i - \bar{x}) + (\bar{x} - \bar{w})]^2 = \sum_{i=1}^n [(x_i - \bar{x})^2 + 2(x_i - \bar{x})(\bar{x} - \bar{w}) + (\bar{x} - \bar{w})^2] = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 + 2 \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(\bar{x} - \bar{w}) + \sum_{i=1}^n (\bar{x} - \bar{w})^2 = ns^2 + 2(\bar{x} - \bar{w}) \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) + n(\bar{x} - \bar{w})^2 = ns^2 + 2(\bar{x} - \bar{w})(n\bar{x} - n\bar{x}) + n(\bar{x} - \bar{w})^2 = ns^2 + n(\bar{x} - \bar{w})^2$.

故选D.

二、多项选择题

9.CD

提示:将全班数学成绩由低到高排列,则小明成绩排在第44位,显然A,B错误;因为 $48 \times 90\% = 43.2, 48 \times 91\% = 43.68$,所以90%分位数和91%分位数均为小明成绩.故选CD.

10.ABD

提示:由题图得,样本数据分布在 $[6, 10)$ 的频率为 $0.08 \times 4 = 0.32$,故A正确;样本数据分布在 $[10, 14)$ 的频数为 $0.1 \times 4 \times 100 = 40$,故B正确;估计总体数据分布在 $[10, 14)$ 的百分比为 $0.1 \times 4 \times 100\% = 40\%$,故C错误;样本数据分布在 $[2, 10)$ 的频数为 $(0.02+0.08) \times 4 \times 100 = 40$,故D正确.故选ABD.

(3)记“射击一次,命中环数小于9环”为事件C,则 $P(C) = 1 - P(A) = 1 - 0.41 = 0.59$.

19.解:(1)小明的判断不正确,理由如下:

由已知,得两人摸出球的所有样本点为 $(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3)$,共12个,其中事件 R_1 包含的样本点为 $(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2)$,共6个;事件 R_2 包含的样本点为 $(1, 2), (2, 1), (3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2)$,共6个,所以 $P(R_1) = P(R_2) = \frac{1}{2}$,故小明的判断不正确.

(2)事件 R_1 与 R_2 不相互独立,证明如下:

事件 $R_1 R_2$ 包含的样本点为 $(1, 2), (2, 1)$,共2个,故 $P(R_1 R_2) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

由(1)知 $P(R_1) = P(R_2) = \frac{1}{2}$,

所以 $P(R_1)P(R_2) \neq P(R_1 R_2)$.

所以事件 R_1 与 R_2 不相互独立.

20.解:(1)设事件A表示“4人中至少有2人合格”,则其对立事件 \bar{A} 为“4人中没有人合格或只有1人合格”.由题意,得4人中没有人合格的概率为 $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} = \frac{1}{3}$,只有1人合格的概率为 $\frac{1}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{5}{6} + \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{5} \times \frac{5}{6} + \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{6} = \frac{77}{180}$.所以 $P(A) = 1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{77}{180}\right) = \frac{43}{180}$.

(2)设事件B表示“4人中恰好只有2人合格”,将4人分别记为1,2,3,4,则合格的人可能为 $(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 4)$,所以 $P(B) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} + \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{5} \times \frac{5}{6} + \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{6} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{5} \times \frac{5}{6} + \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{6} = \frac{71}{360}$.

21.解:(1)由题意得,试验的样本空间 $\Omega = \{a_1 a_2 b_1 b_2, a_1 a_2 b_1 c_1, a_1 a_2 b_1 c_2, a_1 a_2 b_2 c_1, a_1 a_2 b_2 c_2, a_1 a_2 c_1 c_2, a_1 b_1 b_2 c_1, a_1 b_1 b_2 c_2, a_1 b_1 c_1 c_2, a_1 b_1 c_2 c_2, a_1 b_2 b_2 c_1, a_1 b_2 b_2 c_2, a_1 b_2 c_1 c_2, a_1 b_2 c_2 c_2, a_2 a_1 c_1 c_2, b_1 b_2 c_1 c_2\}$,所以 $n(\Omega) = 15, n(A) = 3$.

故 $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{5}$.

(2)由(1)知,事件 $M = \{a_1 a_2 b_1 c_1, a_1 a_2 b_1 c_2, a_1 a_2 b_2 c_1, a_1 a_2 b_2 c_2, a_1 b_1 b_2 c_1, a_1 b_1 b_2 c_2, a_1 b_1 c_1 c_2, a_1 b_1 c_2 c_2, a_2 b_1 b_2 c_1, a_2 b_1 b_2 c_2, a_2 b_1 c_1 c_2, a_2 b_1 c_2 c_2\}$,所以 $n(M) = 9$.又 $n(\Omega) = 15$,所以 $P(M) = \frac{n(M)}{n(\Omega)} = \frac{3}{5}$.

22.解:(1)因为80分及以上为优秀,由表格知,样本中成绩优秀的频率为 $\frac{2+1}{10} = 0.3$,由此估计此次比赛中该校学生成绩的优秀率是0.3.

(2)由表格知,成绩良好的学生人数与成绩优秀的学生人数之比为 $2:(2+1) = 2:3$,所以从全校学生成绩为良好和优秀的学生中利用分层随机抽样的方法随机抽取5人,其中有2人成绩良好,记为 a, b ,有3人成绩优秀,记为 C, D, E .从 a, b, C, D, E 中随机抽取2人的所有样本点为 $(a, b), (a, C), (a, D), (a, E), (b, C), (b, D), (b, E), (C, D), (C, E), (D, E)$,共10个,其中全是良好或者全是优秀的样本点为 $(a, b), (C, D), (C, E), (D, E)$,共4个.所以抽取的2人中良好和优秀各有1人的概率为 $1 - \frac{4}{10} = 0.6$.

11.AD

提示:把4把钥匙分别标号为1,2,3,4,其中标号为1,2的钥匙能打开门.根据题意,如果随机取一把试着开门,把不能打开门的钥匙扔掉,第二次才打开门,即为不放回抽取,样本空间为 $\{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3)\}$,共12个样本点,其中第二次才能打开门的样本点有 $(3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2)$,共4个,所以 $p_1 = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.如果试过的钥匙又混进去,即为有放回

抽取,则每次能打开门的概率均为 $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$,所以第二次才能打开门的概率 $p_2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.故选AD.

12.ABD

提示:由题意,采用单次传输方案,若依次发送1,0,1,则依次收到1,0,1的概率为 $(1-\beta)(1-\alpha)(1-\beta) = (1-\alpha)(1-\beta)^2$,故A正确;采用三次传输方案,若发送1,依次收到1,0,1的概率为 $(1-\beta)\beta(1-\beta) = \beta(1-\beta)^2$,故B正确;采用三次传输方案,若发送1,则译码为1包含收到的信号为 $(0, 1, 1), (1, 0, 1), (1, 1, 0), (1, 1, 1)$,故所求概率为 $3\beta(1-\beta)^2 + (1-\beta)^3$,故C错误;若发送0,采用三次传输方案译码为0的概率 $P_1 = 3\alpha(1-\alpha)^2 + (1-\alpha)^3$,采用单次传输方案译码为0的概率 $P_2 = 1-\alpha$,则 $P_1 - P_2 = (1-\alpha)\alpha(1-2\alpha)$,当 $0 < \alpha < 0.5$ 时, $P_1 - P_2 > 0$,故 $P_1 > P_2$,故D正确.故选ABD.

三、填空题

13.错误

提示:对于随机事件A,必有 $0 < P(A) < 1$,故 $P(A) = 1.5$ 错误.

14. $C=A \cup B$

提示:由题意可知,事件 $C = \{\text{“点数} \leq 6\}$ 为偶数”=“点数为2或4或6”= $A \cup B$,即 $C = A \cup B$.

15. $\frac{9}{10}$

提示:将另外三名同学记为1,2,3,则从5人中选3名同学的所有样本点为 $(\text{甲}, \text{乙}, 1), (\text{甲}, \text{乙}, 2), (\text{甲}, \text{乙}, 3), (\text{甲}, 1, 2), (\text{甲}, 1, 3), (\text{甲}, 2, 3), (\text{乙}, 1, 2), (\text{乙}, 1, 3), (\text{乙}, 2, 3), (1, 2, 3)$,共10个,其中甲、乙都不入选包含的样本点有 $(1, 2, 3)$,共1个,所以甲、乙至少一人入选的概率为 $1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$.

16. $\frac{1}{20}; \frac{3}{5}$

提示:由题意,设甲、乙、丙三个盒子中球的数量分别为 $5n$ 个, $4n$ 个, $6n$ 个,则盒子中共有 $15n$ 个球,其中甲盒子中有 $2n$ 个黑球, $3n$ 个白球,乙盒子中有 n 个黑球, $3n$ 个白球,丙盒子中有 $3n$ 个黑球, $3n$ 个白球.从三个盒子中各取一个球,取到的三个球都是黑球的概率为 $\frac{2n}{5n} \times \frac{n}{4n} \times \frac{3n}{6n} = \frac{1}{20}$;将三个盒子混合后任取一个球,是白球的概率为 $\frac{3n+3n+3n}{15n} = \frac{3}{5}$.

四、解答题

17.解:(1)计算得表格中的频率从左向右依次为0.60,0.60,0.62,0.61,0.59,0.61,0.60,0.60.

(2)由(1)知,随着调查数量的增加,频率越来越稳定在常数0.60附近,由此得人们在邮箱名称里使用数字的概率约是0.60.

18.解:(1)记“射击一次,命中10环或9环”为事件A,则 $P(A) = 0.13+0.28=0.41$.

(2)记“射击一次,至少命中8环”为事件B,则 $P(B) = 0.13+0.28+0.31=0.72$.

第 16 期

第3-4版章节测试参考答案

一、单项选择题

1.A

提示:由题可知,①③是随机事件,②是不可能事件,④是必然事件.故选A.

2.C

提示:抛掷两枚硬币,观察第一枚硬币落地时朝上的面的情况和第二枚硬币落地时朝上的面的情况,可知此试验的样本空间为 $\{(\text{正面}, \text{正面}), (\text{正面}, \text{反面}), (\text{反面}, \text{正面}), (\text{反面}, \text{反面})\}$,共4个样本点.故选C.

3.B

提示:某同学用一枚质地均匀的硬币做了1000次试验,发现正面朝上出现了560次,那么出现正面朝上的频率为 $\frac{560}{1000} = 0.56$.由于每次抛硬币时,正面朝上和反面朝上的机会相等,故出现正面朝上的概率为 $\frac{1}{2} = 0.5$.故选B.

4.A

提示:根据互斥事件和对立事件的概念可知,互斥不一定对立,对立一定互斥,所以“A与B是对立事件”是“A与B是互斥事件”的充分不必要条件.故选A.

5.D

提示:由题知,只有第一道工序加工合格才进行第二道工序加工,则事件“产品不合格”包括“第一道工序加工不合格”和“第一道工序加工合格且第二道工序加工不合格”,所以事件“产品不合格”可以表示为 $\bar{A} \cup A\bar{B}$.故选D.

6.A

提示:用1,2,3,4,5,6表示6个主题,则甲、乙两位参赛同学抽到的主题构成的样本空间共有36个样本点.设事件E表示“甲、乙两位参赛同学抽到不同主题”,则其对立事件 \bar{E} 包含的样本点有 $(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)$,共6个,所以 $P(E) = 1 - \frac{6}{36} = \frac{5}{6}$.故选A.

7.B

提示:设乙独立解出该题的概率为 p .由题意,得 $1 - 0.3 \times (1-p) = 0.94$,解得 $p = 0.8$.故选B.

8.B

提示:设事件E表示“取出的球中至少有一个红球”,则其对立事件 \bar{E} 表示“取出的球都是黑球”.

因为是有放回地随机摸球,所以两次摸球相互独立,且每次摸出1个黑球的概率均为 $\frac{n}{n+4}$.

所以 $P(\bar{E}) = \left(\frac{n}{n+4}\right)^2 = 1 - \frac{8}{9}$,其中 $n \in \mathbf{N}$,解得 $n = 2$.

故选B.

二、多项选择题

9.BC

提示:根据题意,可知事件“至多有一次中靶”包含“没有一次中靶”和“恰有一次中靶”,由此可知A不是互斥事件,B,C是互斥但不对立事件,D是对立事件.故选BC.

10.ABC

提示:当事件A,B相互独立时, $P(AB) = P(A)P(B)$,故A可能正确;当事件A,B互斥时, $P(A+B) = P(A)+P(B)$,故B可能正确; $P(A+B) = P(A)+P(B)-P(AB)$,由于 $P(AB) \geq 0$,所以 $P(A+B) \leq P(A)+P(B)$,故C可能正确,D一定错误.故选ABC.

一、单项选择题

1.C

提示:对于 A、D,调查数量较多,不适合普查;对于 B,调查具有破坏性,不适合普查;对于 C,调查数量少,且不具有破坏性,适合普查.故选 C.

2.B

提示:根据总体的定义,可知这 5 万名高中生的身高的全体是总体.故选 B.

3.B

提示:由题意,样本量是 $12 \times 10 = 120$.故选 B.

4.B

提示:设抽取的大果为 m 个,由等比例抽样,得 $\frac{m}{30} = \frac{500}{200}$,解得 $m = 75$.故选 B.

5.C

提示:因为 A、B、C 三所学校的学生人数比例为 2:3:5,且 A 校恰好选出了 6 名志愿者,所以 $n \cdot \frac{2}{2+3+5} = 6$,解得 $n = 30$.故选 C.

6.C

提示:因为共 8 个数据, $8 \times 0.25 = 2$,所以 25% 分位数是第 2 个数据与第 3 个数据的平均数.

结合已知数据,得 $\frac{1+a}{2} = 2$,解得 $a = 3$.故选 C.

7.B

提示:由图可知,众数的估计值是 $\frac{10+15}{2} = 12.5$.因为 $0.04 \times 5 = 0.2 < 0.5$, $0.04 \times 5 + 0.1 \times 5 = 0.7 > 0.5$,所以中位数在 $[10, 15]$ 内,设中位数为 a ,则 $0.2 + 0.1(a-10) = 0.5$,解得 $a = 13$,所以中位数的估计值是 13.

由题图,得样本在 $[15, 20]$ 内的频率为 $1 - 0.04 \times 5 - 0.1 \times 5 = 0.3$,所以平均数的估计值是 $0.04 \times 5 \times 7.5 + 0.1 \times 5 \times 12.5 + 0.3 \times 17.5 = 13$.将中位数、众数与平均数的估计值由小到大排序为 12.5, 13, 13.因为 $3 \times 0.6 = 1.8$,所以这三个数据的 60% 分位数为 13.故选 B.

8.B

提示:因为 $102 + 110 = 107 + 105$,所以更正后的平均分不变.又 $(102 - 100)^2 + (110 - 100)^2 > (107 - 100)^2 + (105 - 100)^2$,由方差的计算公式,可知 $M > N$.故选 B.

二、多项选择题

9.AD

提示:对于 A,因为每个编号被抽中的可能性相同,所以是简单随机抽样;对于 B,因为只有编号 1~75 可能被抽中,所以对编号 0~99 的每一个个体被抽中的可能性不同,所以不是简单随机抽样;对于 C,因为 1~24 号及 75 号与 25~74 号被抽中的可能性不同,所以不是简单随机抽样;对于 D,每个编号被抽中的可能性相同,所以是简单随机抽样.故选 AD.

10.ACD

提示:从平均每场进球数来看,甲队比乙队多,所以甲队技术比乙队好,故 A 正确;从全年进球数的标准差来看,甲队比乙队大,所以乙队发挥比甲队稳定,故 B 错误;因为乙队的标准差为 0.3,数值较小,说明每次进球数接近平均数,所以乙队几乎每场都进球,故 C 正确;因为甲队的标准差为 3,数值较大,所以甲队表现时好时坏,故 D 正确.故选 ACD.

11.ABD

提示:因为 $x_i > y_i (i = 1, 2, 3, 4, 5)$,所以 $\frac{1}{5}(x_1 + \dots + x_5) > \frac{1}{5}(y_1 + \dots + y_5)$,即 $\bar{x} > \bar{y}$,故 A 正确;因为 $x_i + y_i = 100 (i = 1, 2, 3, 4, 5)$,所以 $\bar{x} + \bar{y} = \frac{1}{5}[(x_1 + \dots + x_5) + (y_1 + \dots + y_5)] = \frac{1}{5} \times 100 \times 5 = 100$.故 B 正确;又 $s_1^2 = \frac{1}{5}[(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_5 - \bar{x})^2]$, $y_1 - \bar{y} = (100 - x_1) - (100 - \bar{x}) = \bar{x} - x_1$,所以 $s_2^2 = \frac{1}{5}[(y_1 - \bar{y})^2 + \dots + (y_5 - \bar{y})^2] = \frac{1}{5}[(\bar{x} - x_1)^2 + \dots + (\bar{x} - x_5)^2] = s_1^2$,故 C 错误,D 正确.故选 ABD.

12.AC

提示:由题图知,甲同学的成绩按从小到大排序为 2.30, 2.35, 2.40, 2.50, 2.50, 2.50, 2.60, 2.65,乙同学的成绩按从小到大排序为 2.40, 2.40, 2.50, 2.50, 2.50, 2.55, 2.55, 2.60,则甲同学成绩的极差为 $2.65 - 2.30 = 0.35$,乙同学成绩的极差为 $2.60 - 2.40 = 0.20$,由此可知 A 正确;由于 $8 \times 75\% = 6$,故甲同学成绩的 75% 分位数为 $\frac{2.50+2.60}{2} = 2.55$,乙同学成绩的 75% 分位数为 $\frac{2.55+2.55}{2} = 2.55$,由此可知 B 错误;甲同学成绩的平均值为 $\frac{1}{8} \times (2.30 + 2.35 + 2.40 + 2.50 + 2.50 + 2.50 + 2.60 + 2.65) = 2.475$,乙同学成绩的平均值为 $\frac{1}{8} \times (2.40 + 2.40 + 2.50 + 2.50 + 2.50 + 2.55 + 2.55 + 2.60) = 2.5$,由此可知 C 正确;因为甲同学的成绩比乙同学的成绩波动大,所以甲同学成绩的方差大于乙同学成绩的方差,故 D 错误.故选 AC.

成绩按从小到大排序为 2.40, 2.40, 2.50, 2.50, 2.50, 2.55, 2.55, 2.60,则甲同学成绩的极差为 $2.65 - 2.30 = 0.35$,乙同学成绩的极差为 $2.60 - 2.40 = 0.20$,由此可知 A 正确;由于 $8 \times 75\% = 6$,故甲同学成绩的 75% 分位数为 $\frac{2.50+2.60}{2} = 2.55$,乙同学成绩的 75% 分位数为 $\frac{2.55+2.55}{2} = 2.55$,由此可知 B 错误;甲同学成绩的平均值为 $\frac{1}{8} \times (2.30 + 2.35 + 2.40 + 2.50 + 2.50 + 2.50 + 2.60 + 2.65) = 2.475$,乙同学成绩的平均值为 $\frac{1}{8} \times (2.40 + 2.40 + 2.50 + 2.50 + 2.50 + 2.55 + 2.55 + 2.60) = 2.5$,由此可知 C 正确;因为甲同学的成绩比乙同学的成绩波动大,所以甲同学成绩的方差大于乙同学成绩的方差,故 D 错误.故选 AC.

三、填空题

13.11

提示:根据随机数表法,选取的样本编号依次是 08, 02, 14, 07, 11, 05,所以选出来的第 5 个个体的编号为 11.

14.25%

提示:根据题意,该校教师的“亚健康”率为 $\frac{60 \times 50\% + 100 \times 30\% + 200 \times 15\%}{60 + 100 + 200} = 25\%$.

15.192

提示:由题意可知,年薪在 1.4 万元~1.6 万元的频率为 $1.2 \times 0.2 = 0.24$,所以年薪在 1.4 万元~1.6 万元的人数为 $0.24 \times 800 = 192$.

16.9

提示:设数据 x_1, x_2, \dots, x_n 的平均数为 \bar{x} ,则 $3x_1 - 1, 3x_2 - 1, \dots, 3x_n - 1$ 的平均数为 $3\bar{x} - 1$,

故 $s_1^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2, s_2^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (3x_i - 1 - 3\bar{x} + 1)^2 = \frac{9}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = 9s_1^2$.故 $\frac{s_2^2}{s_1^2} = 9$.

四、解答题

17.解:总体容量小,样本容量也小,可用抽签法.步骤如下:

(1)将 15 份材料进行编号:1, 2, 3, ..., 15;
(2)把编号依次分别写在形状、大小相同的小纸条上,揉成团,制成号签;
(3)把号签放入同一个不透明的容器中,充分搅拌均匀;

(4)每次随机地从中抽取一个号签,然后将容器中余下的号签搅拌均匀,再进行下一次抽取,如此下去,直至抽到 5 个号签;

(5)找出与所得号签上的号码对应的 5 份材料,组成样本.

18.解:(1)从支持 A 方案的人中抽取了 6 人,故有 $\frac{6}{100+200} = \frac{n}{200+400+800+100+100+400}$,解得 $n = 40$.

(2)从支持 B 方案的人中,用分层随机抽样的方法抽取 5 人,分“35 岁以下”“35 岁及以上”两层,其中 35 岁以下抽取的人数为 $\frac{400}{400+100} \times 5 = 4$,35 岁及以上抽取的人数为 $\frac{100}{400+100} \times 5 = 1$.

19.解:(1)根据表中数据,计算 $z_i = x_i - y_i (i = 1, 2, \dots, 10)$,得 z_i 的值依次为 9, 6, 8, -8, 15, 11, 19, 18, 20, 12,所以 $\bar{z} = \frac{1}{10} \times (9 + 6 + 8 - 8 + 15 + 11 + 19 + 18 + 20 + 12) = 11$,

$s_z^2 = \frac{1}{10} \times [(-2)^2 + (-5)^2 + (-3)^2 + (-19)^2 + 4^2 + 0^2 + 8^2 + 7^2 + 9^2 + 1^2] = 61$.

(2)由(1)知, $\bar{z} = 11, 2\sqrt{\frac{s_z^2}{10}} = 2\sqrt{6.1} < 2\sqrt{6.25} = 5$,所以 $\bar{z} \geq 2\sqrt{\frac{s_z^2}{10}}$,所以可以认为甲工艺处理后的橡胶产品的伸缩率较乙工艺处理后的橡胶产品的伸缩率有显著提高.

20.解:(1)将题中数据从小到大排序为 22, 24, 26, 28, 32, 33, 35, 36, 36, 58.

由 $30 \times 80\% = 24$,知 80% 分位数是第 24 个数据与第 25 个数据的平均数,即上述数据的第 4 个数据与第 5 个数据的平均数,为 $\frac{28+32}{2} = 30$.

(2)设前 10 名的企业造成污染点数的平均数为 \bar{x} ,方差为 s_x^2 ,其他 20 个企业造成污染点数的平均数为 \bar{y} ,方差为 s_y^2 ,这 30 个企业造成污染点数的平均数为 \bar{z} ,方差为 s_z^2 .

由题意可知, $\bar{x} = \frac{1}{10} \times (22 + 24 + 26 + 28 + 32 + 33 + 35 + 36 + 36 + 58) = 33, \bar{y} = \frac{1}{20} \times (510 - 33 \times 10) = 9, \bar{z} = \frac{510}{30} = 17, s_x^2 = 92.4, s_y^2 = 44.7$,所以 $s_z^2 = \frac{10}{30} \times [92.4 + (33 - 17)^2] + \frac{20}{30} \times [44.7 + (9 - 17)^2] = 188.6$.所以这 30 个企业造成污染点数的总体方差为 188.6.

21.解:(1)设第一组的频率为 x ,则第二组的频率为 $2x$,

依题意,得 $x + 2x + (0.034 + 0.03 + 0.018 + 0.006) \times 10 = 1$,解得 $x = 0.04$.所以第一组的频率为 0.04,第二组的频率为 0.08,补全频率分布直方图如下.

(2)由 $0.04 + 0.08 + 0.34 = 0.46 < 0.75$, $0.04 + 0.08 + 0.34 + 0.3 = 0.76 > 0.75$,知 75% 分位数在区间 $[120, 130)$,设 75% 分位数为 a ,则 $0.46 + 0.03(a - 120) = 0.75$,解得 $a \approx 129.7$.由此估计全市“良好”以上等级的成绩范围为 $[129.7, 150]$.

(3)由频率分布直方图,可知成绩在 $[130, 140)$ 内的人数为 $0.18 \times 100 = 18$,成绩在 $[140, 150]$ 内的人数为 $0.06 \times 100 = 6$,又成绩在 $[130, 140)$ 内的平均数为 136,方差为 8,在 $[140, 150]$ 内的平均数为 144,方差为 4,

所以成绩在 $[130, 150]$ 内的平均数为 $\frac{18}{18+6} \times 136 + \frac{6}{18+6} \times 144 = 138$,

方差为 $\frac{18}{18+6} \times [8 + (136 - 138)^2] + \frac{6}{18+6} \times [4 + (144 - 138)^2] = 19$.

22.解:(1)作出频率分布直方图,如图所示:



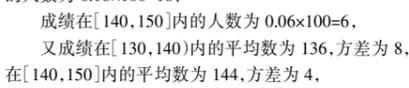
(2)由 $0.04 + 0.08 + 0.34 = 0.46 < 0.75$, $0.04 + 0.08 + 0.34 + 0.3 = 0.76 > 0.75$,知 75% 分位数在区间 $[120, 130)$,设 75% 分位数为 a ,则 $0.46 + 0.03(a - 120) = 0.75$,解得 $a \approx 129.7$.由此估计全市“良好”以上等级的成绩范围为 $[129.7, 150]$.

(3)由频率分布直方图,可知成绩在 $[130, 140)$ 内的人数为 $0.18 \times 100 = 18$,成绩在 $[140, 150]$ 内的人数为 $0.06 \times 100 = 6$,又成绩在 $[130, 140)$ 内的平均数为 136,方差为 8,在 $[140, 150]$ 内的平均数为 144,方差为 4,

所以成绩在 $[130, 150]$ 内的平均数为 $\frac{18}{18+6} \times 136 + \frac{6}{18+6} \times 144 = 138$,

方差为 $\frac{18}{18+6} \times [8 + (136 - 138)^2] + \frac{6}{18+6} \times [4 + (144 - 138)^2] = 19$.

22.解:(1)作出频率分布直方图,如图所示:



由题表及上图可知,采购量在 $[180, 200)$ 的“熟客”人数为 5,

采购量在 $[168, 180)$ 的“熟客”人数的估计值为 $(180 - 168) \times 0.02 \times 50 = 12$,

由此可知采购量在 168 箱以上(含 168 箱)的“熟客”人数的估计值为 $5 + 12 = 17$.

(2)由题表可知,去年年底“熟客”们采购的鱼卷数量大约为 $110 \times 10 + 130 \times 10 + 150 \times 5 + 170 \times 20 + 190 \times 5 = 7500$ (箱),由此可知小张去年年底总的销售量的估计值为 $7500 \times \frac{5}{8} = 12\ 000$ (箱).

(3)若不在网上出售鱼卷,则今年年底小张的收入 $Y = 12\ 000 \times 20 = 240\ 000$ (元);

若在网上出售鱼卷,则今年年底的销售量为 $(12\ 000 + 1000m)$ 箱,每箱的利润为 $(20 - m)$ 元,所以今年年底小张的收入 $Y = (20 - m)(12\ 000 + 1000m) = 1000(-m^2 + 8m + 240) = 1000[-(m - 4)^2 + 256]$,其中 $2 \leq m \leq 5$,

所以当 $m = 4$ 时, Y 取得最大值 256 000 元.

因为 $256\ 000 > 240\ 000$,所以小张今年年底收入 Y 的最大值为 256 000 元.

数学
北师大

第 15 期

第3~4版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.D

提示:A、B为不可能现象,C为必然现象,D为随机现象.故选D.

2.B

提示:A、D为随机事件;对于B,因为 $x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2 \geq 0$,所以 $x^2 - 2x + 1 < 0$ 为不可能事件;对于C,因为 $x^2 - 2x + 3 = (x - 1)^2 + 2 \geq 2$,所以 $x^2 - 2x + 3 > 0$ 为必然事件.故选B.

3.C

提示:由题意,得该试验中样本点有(种植白菜,种植番茄),(种植白菜,果树整枝),(种植白菜,害虫防治),(种植番茄,果树整枝),(种植番茄,害虫防治),(果树整枝,害虫防治),共6个.故选C.

4.A

提示:因为并联电路中,若电路是断路,则甲元件和乙元件都有故障,所以表示“电路是断路”的事件为 $E \cap F$.故选A.

5.B

提示:因为事件A与事件B互斥,所以 $A \subseteq \bar{B}$.所以 $P(A + \bar{B}) = P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0.2 = 0.8$.故选B.

6.D

提示:记高一年级2名学生分别为 a, b ,高二年级2名学生分别为 m, n ,则样本空间 $\Omega = \{ab, am, an, bm, bn, mn\}$,共6个样本点.设事件A表示“这2名学生来自不同年级”,则 $A = \{am, an, bm, bn\}$,共4个样本点.所以 $P(A) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.故选D.

7.A

提示:对于A,至少有一枚正面朝上的概率为 $\frac{3}{4}$;

对于B,点数大于2的概率为 $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$;对于C,从中随机买1张中奖的概率为 $\frac{50}{1000} = \frac{1}{20}$;

对于D,从中摸出1个球是红球的概率为 $\frac{20}{20+8} = \frac{5}{7}$,又 $\frac{3}{4} > \frac{5}{7} > \frac{2}{3} > \frac{1}{20}$,所以发生可能性最大的是A.故选A.

8.B

提示:设事件A表示“出现X性状”,事件B表示“出现Y性状”,则事件 $A \cap B$ 表示“X、Y两种性状都出现”,事件 $\bar{A} \cap \bar{B}$ 表示“X、Y两种性状都不出现”,由题意,得 $P(A) = \frac{4}{15}, P(B) = \frac{2}{15}, P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{7}{10}$,所以 $P(A \cup B) = 1 - P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{3}{10}$.所以 $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \frac{1}{10}$.故选B.

二、多项选择题

9.ABD

提示:对于A,因为 Ω 为样本空间,所以 Ω 为必然事件,且 $P(\Omega) = 1$,故A正确;B显然正确;对于C,若样本空间是区间 $[0, 1]$,但质点落在区间 $(0, 1)$ 的概率也是1,此时 $(0, 1)$ 不是必然事件,故C错误;对于D,若样本空间是区间 $[0, 1]$,但质点落在 $x = 0$ 处的概率为0,则此时不是不可能事件,故D正确.故选ABD.

10.AD

提示:由题意,样本空间 $\Omega = \{2$ 名都是男生,1名男生1名女生,2名都是女生 $\}$.

因为 $A \cap D = \emptyset$,且 $A \cup D = \Omega$,所以事件A和D是对立事件,故选项A正确;因为 $B \cap C = \{1$ 名男生1名女生 $\} \neq \emptyset$,所以事件B和C不是对立事件,故选项B错误;因为 $A \cap B = \{1$ 名男生1名女生 $\} \neq \emptyset$,所以事件A和B不是互斥事件,故选项C错误;因为 $C \cap D = \emptyset$,所以事件C和D是互斥事件,故选项D正确.故选AD.

11.BCD

提示:样本空间 $\Omega = \{3$ 个红球,3个黄球,1个黄球2

高一必修(第一册)答案页第 4 期

个红球,2个黄球1个红球 $\}$,可知事件A与事件B互斥但不立,故选项A错误;事件C与事件A互为对立事件,所以 $P(A) = P(\bar{C})$,故选项B正确;事件A与事件D互为对立事件,所以 $P(A) + P(D) = 1$,故选项C正确;事件 $B \cap D = \{3$ 个黄球 $\} \neq \emptyset$,故选项D正确.故选BCD.

12.AB

提示:设 A_1, A_2, A_3 表示3支黑色圆珠笔, B_1, B_2 表示2支红色圆珠笔, C表示1支蓝色圆珠笔,则样本空间 $\Omega = \{(A_1, A_2), (A_1, A_3), (A_1, B_1), (A_1, B_2), (A_1, C), (A_2, A_3), (A_2, B_1), (A_2, B_2), (A_2, C), (A_3, B_1), (A_3, B_2), (A_3, C), (B_1, B_2), (B_1, C), (B_2, C)\}$,共15个样本点.其中2支都是黑色圆珠笔的概率为 $\frac{3}{15} = \frac{1}{5}$;1支是黑色圆珠笔,1支是蓝色圆珠笔的概率为 $\frac{3}{15} = \frac{1}{5}$;2支都是红色圆珠笔

的概率为 $\frac{1}{15}$;2支中恰有1支是黑色圆珠笔的概率为 $\frac{9}{15} = \frac{3}{5}$.故选AB.

三、填空题

13.3

提示:因为A、B两个元件组成并联电路,所以至少有一个元件正常就能使电路是通路,所以事件M包含的样本点为(A正常,B失效),(A失效,B正常),(A正常,B正常),共3个.

14. $Q \subseteq P$

提示:由题意,得事件 $P = \{(1, 3), (2, 2), (3, 1)\}$,又事件 $Q = \{(1, 3)\}$,所以 $Q \subseteq P$.

15.0.2

提示:设事件A、B、C分别表示“取到红色小球”“取到黑色小球”“取到蓝色小球”,则A、B、C为两两互斥事件,根据题意,得 $\begin{cases} P(A) + P(B) = 0.7, \\ P(A) + P(C) = 0.5, \\ P(A) + P(B) + P(C) = 1, \end{cases}$ 解得 $P(B) = 0.2$.

16.0.91

提示:设从第一批产品中取3n件,则从第二批产品中取2n件,

根据题意,得第一批产品中有合格品 $3n \times 95\% = 2.85n$ 件,第二批产品中有合格品 $2n \times 85\% = 1.7n$ 件.

所以从中任取1件,该产品合格的概率为 $\frac{2.85n + 1.7n}{3n + 2n} = 0.91$.

四、解答题

17.解:(1)由题意,得该试验的样本空间 $\Omega = \{ab, ac, ad, ae, bc, bd, be, cd, ce, de\}$.

(2) $A = \{ac, ad, ae, bc, bd, be\}, B = \{ab, ac, ad, ae, bc, bd, be\}$.