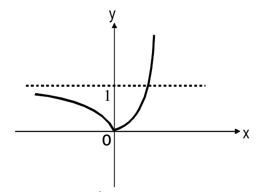
令 $\varphi(x)=f(|g(x)|)=0$,则 $|g(x)|=2$,或 $|g(x)|=-(m+2)$.作出函数 $y=|g(x)|=|e^x-1|$ 的图象如图所示,因为 $|g(x)|=2$ 只有一个实数根,所以要使函数 $\varphi(x)=f(|g(x)|)$ 恰有三个零点,则 $|g(x)|=-(m+2)$ 有且仅有两个实数根,由图象可得,$0<-(m+2)<1$,解得 $-3<m<-2$.故实数 m 的取值范围为 $(-3,-2)$.



(第 21 题图)

22. **解**:(1) 由题意得 $(100-x)(1+4x\%)a\geqslant 100a(a>0)$,解得 $0<x\leqslant 75$.

所以调整后的技术人员最多有75人.

(2)由条件①,得 $a\left(m-\dfrac{2x}{25}\right)\geqslant a$,解得 $m\geqslant \dfrac{2x}{25}+1$.

因为 $x\in\mathbf{N}_+$,且 $45\leqslant x\leqslant 75$,所以 $\dfrac{2x}{25}+1$ 的最大值为 $\dfrac{2\times 75}{25}+1=7$,所以 $m\geqslant 7$.

由条件②,得 $(100-x)(1+4x\%)a\geqslant xa\left(m-\dfrac{2x}{25}\right)$,

两边同时除以 ax,得 $\left(\dfrac{100}{x}-1\right)\left(1+\dfrac{x}{25}\right)\geqslant m-\dfrac{2x}{25}$,

整理得 $m\leqslant \dfrac{100}{x}+\dfrac{x}{25}+3$.

因为 $\dfrac{100}{x}+\dfrac{x}{25}+3\geqslant 2\sqrt{\dfrac{100}{x}\cdot\dfrac{x}{25}}+3=7$,当且仅当 $\dfrac{100}{x}=\dfrac{x}{25}$,即 $x=50$ 时,等号成立,

所以 $m\leqslant 7$.所以 $m=7$.所以存在实数 $m=7$ 满足条件.

第 12 期

第 3~4 版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.C

提示:普查是为了掌握调查对象的整体情况,了解一批玉米种子的发芽率适合用抽样调查,了解某城市居民的食品消费结构适合用抽样调查,调查一个县各村的粮食播种面积适合用普查,调查一条河的水质适合用抽样调查.故选C.

2.C

提示:由题意可得,这2500名城镇居民的寿命的全体是样本.故选C.

3.C

提示:由题意,一共90个班,每班选派3人,则样本量 $n=3\times 90=270$.故选C.

4.D

提示:要调查城区九年级8000名学生了解禁毒知识的情况,如果进行普查,费大量的人力、物力,得不偿失,采取抽样调查即可.考虑到抽样的全面性,应在城区8000名九年级学生中随机选取50名学生.故选D.

5.A

提示:因为40个零件编号为00,01,…,38,39,所以选出来的编号应小于40.从所给随机数表第1行第3列的"4"开始从左向右读取两位数,得到47,超过40,不可取,继续向右读取,依次得到43,73,86,同理,不可取,继续向右读取,得到36,小于40,满足题意,故选出来的第1个零件编号是36.故选A.

6.C

提示:因为参加活动的老年人、中年人、青年人的人数比为10:13:12,所以应抽取的青年人的人数为 $70\times\dfrac{12}{10+13+12}=24$.故选C.

7.C

提示:依题意,样本100名学生中看过《长津湖之水门桥》的人数为80+50-60=70,由此估计该校高三年级看过《长津湖之水门桥》的学生人数为 $2300\times\dfrac{70}{100}=1610$.故选C.

8.B

提示:由题意,得 $\dfrac{n}{235}\leqslant 3\%$,解得 $n\leqslant 7.05$,又 $n\in\mathbf{N}_+$,所以 n 不超过7粒.故选B.

二、多项选择题

9.ABC

提示:在统计学中,获取数据的基本路径有:做实验、查阅资料、设计调查问卷等.故选ABC.

10.AC

提示:对于A,调查对象是教师,选项却是班级,这个调查的样本不合理;对于B,样本合理;对于C,到老年公寓进行调查,调查不全面,不能了解全市老年人的健康状况,故样本不合理;对于D,样本合理.故选AC.

11.ABD

提示:由于各年级的年龄段不一样,因此应该采用分层随机抽样法,故A正确;高一、高二、高三年级人数分别为 $20\times 50=1000$,$30\times 45=1350$,$13\times 50=650$,所以样本中高一、高二、高三年级人数分别为 $300\times\dfrac{1000}{1000+1350+650}=100$,$300\times\dfrac{1350}{1000+1350+650}=135$,$300\times\dfrac{650}{1000+1350+650}=65$,故B正确;因为分层随机抽样中每个个体被抽到的可能性相等,故C错误;D显然正确.故选ABD.

12.ABD

提示:由题意,总体中中年人占的比例为 $\dfrac{360}{120+360+n}$,则样本中,中年人占的比例也是 $\dfrac{360}{120+360+n}$,故样本中的中年人人数为 $m\times\dfrac{360}{120+360+n}=6$,化简可得 $m=8+\dfrac{n}{60}$.将各选项依次代入,可知A,B,D均满足上述等式,C不满足,故选ABD.

三、填空题

13.100次上学的时间

提示:调查对象的全体称为总体,故这个统计问题中涉及的总体是100次上学的时间.

14.19

提示:由题意,选取出来的数字依次是18,07,92(超过20),45(超过20),44(超过20),17,16,58(超过20),09,79(超过20),83(超过20),86(超过20),19,故选出来的第6个个体编号为19.

15.400

提示:设该学校高一年级共有 n 名学生,则第一次抽取的学生占的比例为 $\dfrac{80}{n}$,故第二次抽取后,上次被抽到的学生人数为 $100\times\dfrac{80}{n}=20$,解得 $n=400$.

16.25%

提示:由图可得,该地区35岁以下具有本科学历的有50人,且本科学历占62.5%,所以35岁以下的人数为 $\dfrac{50}{62.5\%}=80$.所以35岁以下具有研究生学历的人数为80-50=30.所以估计该地区35岁以下具有研究生学历的教师百分比为 $\dfrac{30}{120}=25\%$.

四、解答题

17.**解**:(1)适宜用抽样调查,因为工作量太大.

(2)适宜用普查,因为抽查结果可能会与普查结果相差较大.

(3)适宜用普查,因为漏掉一批问题猪肉就会造成恶劣后果,所以必须普查.

18.**解**:(1)将60名志愿者进行编号:1,2,…,60;

(2)将编号依次分别写在形状、大小相同的纸条上,揉成团,制成号签;

(3)将号签放入同一个不透明的箱子里搅拌均匀;

(4)每次随机地从箱子里抽取一个号签,然后将箱中余下的号签搅拌均匀,再进行下一次抽取,如此下去,直到抽取10个号签;

(5)将10个号签对应编号的志愿者找出来组成志愿小组.

19.**解**:因为全校参与跳绳的人数占总人数的 $\dfrac{2}{5}$,所以跑步的人数占总人数的 $\dfrac{3}{5}$,所以跑步的人数为 $2000\times\dfrac{3}{5}=1200$.所以 $b=1200\times\dfrac{3}{2+3+5}=360$.所以高二年级中参与跑步的同学应抽取的人数为 $200\times\dfrac{360}{2000}=36$.

20.**解**:(1)案例一数量少,采用简单随机抽样较为合适;案例二员工收入差距明显,采用分层随机抽样较为合适.

(2)对于案例二,抽样过程如下:

①分层,将总体分为高级职称、中级职称、初级职称及其余人员四层;

②确定抽样比例 $k=\dfrac{40}{800}=\dfrac{1}{20}$;

③按抽样比例确定各层样本数分别为 $160\times\dfrac{1}{20}=8$,$320\times\dfrac{1}{20}=16$,$200\times\dfrac{1}{20}=10$,$120\times\dfrac{1}{20}=6$;

④按简单随机抽样方式在各层确定相应的样本;

⑤汇总构成一个容量为40的样本.

21.**解**:(1)各年龄段的身体状况差异比较明显,所以要抽取40人调查身体状况,应按年龄进行分层随机抽样,从老年人中抽取 $200\times\dfrac{40}{2000}=4$ 人,从中年人中抽取 $600\times\dfrac{40}{2000}=12$ 人,从青年人中抽取 $1200\times\dfrac{40}{2000}=24$ 人.

(2)要开一个讨论单位发展与薪金调整方面的座谈会,应按部门进行分层随机抽样,从管理部门抽取 $160\times\dfrac{25}{2000}=2$ 人,从技术开发部门抽取 $320\times\dfrac{25}{2000}=4$ 人,从营销部门抽取 $480\times\dfrac{25}{2000}=6$ 人,从生产部门抽取 $1040\times\dfrac{25}{2000}=13$ 人.

(3)要调查对北京冬奥会中国代表团获奖情况的了解,应按年龄进行分层随机抽样,从老年人中抽取 $200\times\dfrac{20}{2000}=2$ 人,从中年人中抽取 $600\times\dfrac{20}{2000}=6$ 人,从青年人中抽取 $1200\times\dfrac{20}{2000}=12$ 人.

22.**解**:(1)以全年级学生的学号为编号,用计算机在450名学生的学号中随机抽取45个学号,这45个学号对应的学生就是要抽取的对象.

(2)将总体450名同学分成男、女两部分,把所有男生进行编号,再进行简单随机抽样选取23人,再把所有女生进行编号,再进行简单随机抽样选取22人.

(3)将每班男女进行分层随机抽样,如果第 i 个班人数为 M_i,则 $\dfrac{5}{M_i}$ 为抽取的比例数,按照此比例对男生和女生进行抽取.

扫码免费下载习题讲解 ppt

第 9 期

第 3~4 版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.D

提示:由 $2^x=3$,得 $x=\log_2 3=\dfrac{\lg 3}{\lg 2}$.故选D.

2.B

提示:因为 $a\log_2 3=6$,所以 $\log_2 3^a=6$,即 $3^a=2^6$,所以 $(\sqrt{3})^a=2^3=8$.故选B.

3.B

提示:当 $a=1$,$b=0$ 时,$\sqrt{a}>\sqrt{b}$ 成立,但 $\log_2 a>\log_2 b$ 不成立,充分性不成立;若 $\log_2 a>\log_2 b$,则 $a>b>0$,所以 $\sqrt{a}>\sqrt{b}$,必要性成立,故选B.

4.D

提示:由题意,得 $t=f(4)=\log_2 4=2$,故 $a=\log_{\frac{1}{2}}2=-1$,$b=\left(\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{1}{4}$,$c=2^{\frac{1}{2}}=\sqrt{2}$.所以 $a<b<c$.故选D.

5.A

提示:因为该函数的定义域为 $\{x\,|\,x\neq -1\}$,所以排除B,C,D,故选A.

6.B

提示:要使函数 $f(x)$ 有意义,则 $6+x-2x^2>0$,解得 $-\dfrac{3}{2}<x<2$,故 $f(x)$ 的定义域是 $\left(-\dfrac{3}{2},2\right)$.

令 $t=-2x^2+x+6$,则函数 t 在 $\left(-\dfrac{3}{2},\dfrac{1}{4}\right]$ 上单调递增,在 $\left[\dfrac{1}{4},2\right)$ 上单调递减,又函数 $y=\log_{\frac{1}{2}}t$ 在定义域上单调递减,由复合函数的单调性知 $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(6+x-2x^2)$ 的单调递增区间是 $\left[\dfrac{1}{4},2\right)$.故选B.

7.A

提示:由已知,得 $-1\leqslant 2\log_{\frac{1}{2}}x\leqslant 1$,

即 $-1\leqslant\log_{\frac{1}{2}}x^2\leqslant 1$,所以 $\dfrac{1}{2}\leqslant x^2\leqslant 2$.

再由 $x>0$,得 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}\leqslant x\leqslant\sqrt{2}$.故选A.

8.A

提示:根据题意知 $f(x)=\log_a(-4x^2+\log_a x)<0$ 对 $\forall x\in\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$ 恒成立.

当 $a>1$ 时,$\forall x\in\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$,$-4x^2<0$,$\log_a x<0$,所以 $-4x^2+\log_a x<0$,$f(x)$ 无意义,不满足题意;

当 $0<a<1$ 时,可得 $-4x^2+\log_a x>1$ 对 $\forall x\in\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$ 恒成立,即 $\log_a x>4x^2+1$,

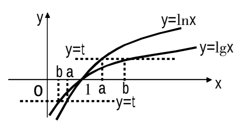
结合单调性可知,只需 $\log_a\dfrac{1}{2}\geqslant 4\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+1$,

解得 $a\geqslant\dfrac{\sqrt{2}}{2}$,所以 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}\leqslant a<1$.故选A.

二、多项选择题

9.ABD

提示:在同一平面直角坐标系中画出 $y=\ln x$ 与 $y=\lg x$ 的大致图象,如图所示,令 $\ln a=\lg b=t$,当 $a=b=1$ 时,$\ln a=\lg b=0$,故A正确;当 $a>1$,$b>1$ 时,$1<a<b$,故B正确;当 $a<1$,$b<1$ 时,$b<a<1$,故C错误,D正确.故选ABD.



(第 9 题图)

10.BD

提示:由图可知,函数 $y=\log_a(x+c)$ 在定义域内为减函数,所以 $0<a<1$;又当 $x=0$ 时,$y>0$,即 $\log_a c>0$,故 $0<c<1$.故选BD.

11.ACD

提示:由题意,知 $x,y,z>0$,设 $2^x=4^y=6^z=k>1$,则 $x=\log_2 k=\dfrac{\lg k}{\lg 2}$,$y=\log_4 k=\dfrac{\lg k}{\lg 4}$,$z=\log_6 k=\dfrac{\lg k}{\lg 6}$.

因为 $\dfrac{x}{y}=\dfrac{\lg k}{\lg 2}\times\dfrac{\lg 4}{\lg k}=2$,所以 $x=2y$,故A正确,B错误;因为 $\dfrac{x}{3z}=\dfrac{\lg k}{\lg 2}\times\dfrac{\lg 6}{3\lg k}=\dfrac{\lg 6}{\lg 8}<1$,所以 $x<3z$,故C正确;因为 $\dfrac{y}{3z}=\dfrac{\lg k}{\lg 4}\times\dfrac{\lg 6}{3\lg k}=\dfrac{\lg 6}{\lg 64}<1$,所以 $y<3z$,故D正确.故选ACD.

12.BCD

提示:由 $\begin{cases}x-2>0,\\6-x>0,\end{cases}$ 得 $f(x)$ 的定义域为 $(2,6)$.又 $f(x)=\ln(x-2)+\ln(6-x)=\ln[(x-2)(6-x)]$,令 $t=(x-2)(6-x)$,则 $y=f(x)=\ln t$.因为二次函数 $t=(x-2)(6-x)$ 的图象的对称轴为 $x=4$,且开口向下,又 $f(x)$ 的定义域为 $(2,6)$,$y=\ln t$ 在定义域上单调递增,所以 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=4$ 对称,且在 $(2,4)$ 上单调递增,在 $(4,6)$ 上单调递减,故 $f(x)$ 无最小值,最大值为 $f(4)=2\ln 2$.故选BCD.

三、填空题

13.$f_4(x)=2^x$

提示:由指数函数增长最快,可知最终跑在最前面的人具有的函数关系是 $f_4(x)=2^x$.

14.2

提示:因为函数 $f(x)$ 的图象与函数 $y=a^x(a>0$,且 $a\neq 1)$ 的图象关于直线 $y=x$ 对称,所以 $f(x)=\log_a x$,把点 $P(4,2)$ 代入上式,得 $\log_a 4=2$,解得 $a=2$.

15.5

提示:由已知,结合对数函数 $y=\log_a x$ 过定点 $(1,0)$,得 $2k-5=1$,且 $b=2$,所以 $k=3$,故 $k+b=5$.

16.[2,3)

提示:令 $g(x)=x^2-ax+2(a>0$,且 $a\neq 1)$,

当 $a>1$ 时,由题意可得 $g(x)$ 在 $(-\infty,1]$ 上单调递减且大于0,所以 $\begin{cases}\dfrac{a}{2}\geqslant 1,\\g(1)=1^2-a+2>0,\end{cases}$ 解得 $2\leqslant a<3$;

当 $0<a<1$ 时,则 $g(x)$ 在 $(-\infty,1]$ 上不具有单调性,不符合题意.

综上,a 的取值范围为 $[2,3)$.

四、解答题

17.**解**:(1)原式 $=\dfrac{1}{4}-\left(\dfrac{2}{3}\right)^{3\times\left(-\frac{2}{3}\right)}+\dfrac{3}{2}\log_2 2$

$=\dfrac{1}{4}-\dfrac{9}{4}+\dfrac{3}{2}=-\dfrac{1}{2}$.

(2) 原式 $=\log_3\dfrac{6^2}{4}+\lg 5\times(\lg 5+2\lg 2)+(\lg 2)^2=\log_3 9+(\lg 5)^2+2\lg 5\times\lg 2+(\lg 2)^2=2+(\lg 5+\lg 2)^2=2+1=3$.

18.**解**:(1)因为 $3^a=5$,所以 $27^a=(3^3)^a=(3^a)^3=5^3=125$.

因为 $b=\log_{25}3=\dfrac{\log_5 3}{\log_5 25}=\dfrac{1}{2}\log_5 3=\log_5\sqrt{3}$,

所以 $5^b=5^{\log_5\sqrt{3}}=\sqrt{3}$.所以 $27^a+5^b=125+\sqrt{3}$.

(2)因为 $3^a=5$,所以 $a=\log_3 5$.

又由(1)可知 $b=\log_{25}3=\dfrac{1}{2}\log_5 3$,

所以 $\left(a+\dfrac{1}{b}\right)\left(b+\dfrac{1}{a}\right)$

$=\left(\log_3 5+\dfrac{1}{\log_{25}3}\right)\left(\log_{25}3+\dfrac{1}{\log_3 5}\right)$

$=(\log_3 5+\log_3 25)\left(\dfrac{1}{2}\log_5 3+\log_5 3\right)$

$=3\log_3 5\times\dfrac{3}{2}\log_5 3$

$=3\times\dfrac{3}{2}=\dfrac{9}{2}$.

19.**解**:(1)将 $x=-1$ 代入方程,得 $1-(\lg a)^2-(1-\lg a)+2=0$,

即 $(\lg a)^2-\lg a-2=0$,解得 $\lg a=2$,或 $\lg a=-1$,

所以 $a=100$,或 $a=\dfrac{1}{10}$.

(2)若方程只有一解,当 $1-(\lg a)^2=0$,即 $\lg a=\pm 1$ 时,若 $\lg a=1$,则原方程为 $2=0$,无解;若 $\lg a=-1$,则原方程为 $2x+2=0$,解得 $x=-1$,满足题意,此时 $a=\dfrac{1}{10}$.

当 $1-(\lg a)^2\neq 0$,即 $\lg a\neq\pm 1$ 时,

由已知得 $\Delta=(1-\lg a)^2-8[1-(\lg a)^2]=0$,

即 $9(\lg a)^2-2\lg a-7=0$,解得 $\lg a=1$(舍去),或 $\lg a=-\dfrac{7}{9}$.所以 $a=10^{-\frac{7}{9}}$.

综上,$a=\dfrac{1}{10}$,或 $a=10^{-\frac{7}{9}}$.

20.**解**:(1)对于 $f(x)=\log_a(x+2)-1$,令 $x+2=1$,得 $x=-1$,$f(-1)=-1$.所以定点M的坐标为 $(-1,-1)$.

(2)因为 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上的最大值和最小值互为相反数,且 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上具有单调性,

所以 $f(0)+f(1)=0$,即 $\log_a 2-1+\log_a 3-1=0$,即 $\log_a 6=2$,解得 $a=\sqrt{6}$.

(3)若 $y=f(x)$ 的图象不经过第二象限,则 $\begin{cases}a>1,\\\log_a 2-1\leqslant 0,\end{cases}$ 解得 $a\geqslant 2$.所以 a 的取值范围为 $[2,+\infty)$.

21.**解**:(1)由题意可得 $3-ax>0$,即 $ax<3$,又 $a>0$,所以 $x<\dfrac{3}{a}$.故 $f(x)$ 的定义域为 $\left(-\infty,\dfrac{3}{a}\right)$.

(2)假设存在实数 a,使函数 $f(x)$ 在区间 $[1,2]$ 上单调递减,并且最大值为2.

设函数 $g(x)=3-ax$,由 $a>0$,得 $g(x)$ 在区间 $[1,2]$ 上单调递减,

又 $g(x)>0$ 在区间 $[1,2]$ 上恒成立,则 $g(2)=3-2a>0$,解得 $0<a<\dfrac{3}{2}$.

因为 $f(x)$ 在区间 $[1,2]$ 上单调递减,

所以 $a>1$,即 $1<a<\dfrac{3}{2}$.

又因为 $f(x)$ 在区间 $[1,2]$ 上的最大值为2,

所以 $f(1)=\log_a(3-a)=2$,即 $a^2=3-a$,

解得 $a=\dfrac{\sqrt{13}-1}{2}$(舍去负值).

因为 $3<\sqrt{13}<4$,所以 $\dfrac{\sqrt{13}-1}{2}\in\left(1,\dfrac{3}{2}\right)$,

所以存在实数 $a=\dfrac{\sqrt{13}-1}{2}$ 满足题意.

22.**解**:(1)令 $t=\log_4 x$,$x\in[1,16]$,则 $t\in[0,2]$,函数转化为 $y=(2t-2)\left(t+\dfrac{1}{2}\right)=2\left(t-\dfrac{1}{4}\right)^2-\dfrac{9}{8}$,

可知当 $t=\dfrac{1}{4}$ 时,$y_{\min}=-\dfrac{9}{8}$;当 $t=2$ 时,$y_{\max}=5$.

故当 $x\in[1,16]$ 时,该函数的值域为 $\left[-\dfrac{9}{8},5\right]$.

(2)$f(x)<m\log_4 x$ 对于 $x\in[4,16]$ 恒成立,

即 $(2\log_4 x-2)\left(\log_4 x+\dfrac{1}{2}\right)<m\log_4 x$ 对于 $x\in[4,16]$ 恒成立,

设 $t=\log_4 x$,$x\in[4,16]$,则 $t\in[1,2]$,

即 $(2t-2)\left(t+\dfrac{1}{2}\right)<mt$ 对于 $t\in[1,2]$ 恒成立,

即 $m>2t-\dfrac{1}{t}-1$ 对于 $t\in[1,2]$ 恒成立.

因为函数 $y=2t$ 及 $y=-\dfrac{1}{t}$ 在 $[1,2]$ 上均单调递增,

所以函数 $y=2t-\dfrac{1}{t}-1$ 在 $[1,2]$ 上单调递增,

所以此函数的最大值为 $2\times 2-\dfrac{1}{2}-1=\dfrac{5}{2}$.

所以 $m>\dfrac{5}{2}$,

即实数 m 的取值范围为 $\left(\dfrac{5}{2},+\infty\right)$.

③

第 10 期

第 2~3 版章节测试参考答案

一、单项选择题

1.C

提示： 由$\log_8 3=b$，得$8^b=3$，即$2^{3b}=3$.又$2^a=5$，所以$4^{a-3b}=\left(\frac{2^a}{2^{3b}}\right)^2=\left(\frac{5}{3}\right)^2=\frac{25}{9}$.故选C.

2.B

提示： 当$I=1.2\times10^4$时，$r=\frac{2}{3}\lg I+3.2=\frac{2}{3}\lg(1.2\times10^4)+3.2=\frac{2}{3}\lg(12\times10^3)+3.2=\frac{2}{3}\lg(2^2\times3\times10^3)+3.2=\frac{2}{3}(2\lg2+\lg3+3)+3.2\approx\frac{2}{3}(0.6020+0.4771+3)+3.2\approx5.9$.故选B.

3.D

提示： 令$u=2^x+1$，因为$2^x>0$，所以$u>1$，$y=\log_2 u>0$，故选D.

4.B

提示： 因为$a>1$，所以$y=a^{x-1}$是增函数，排除C，D；而$y=\log_a(-x)$的定义域为$(-\infty,0)$，且在定义域内为减函数，排除A，故选B.

5.C

提示： 因为函数在定义域内为减函数，所以排除B，D.因为$\left(\frac{1}{3}\right)^{x+y}=\left(\frac{1}{3}\right)^x\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^y$，所以$f(x)=\left(\frac{1}{3}\right)^x$满足题意.故选C.

6.B

提示： 由题意知，$g(x)=\log_a x$，若$P(1,1)$是公共点，则$a^1=\log_a 1=1$，无解；若$Q(1,2)$是公共点，则$a^1=\log_a 1=2$，无解；若$M(2,3)$是公共点，则$a^2=\log_a 2=3$，无解；若$N\left(\frac{1}{2},\frac{1}{4}\right)$是公共点，则$a^{\frac{1}{2}}=\log_a\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$，解得$a=\frac{1}{16}$.故选B.

7.A

提示： 因为$a=\log_2 3=\log_2\sqrt[3]{27}$，$b=\log_4 x=\log_2\sqrt{x}$，$c=\log_8 65=\log_2\sqrt[3]{65}$，所以$a<b<c$，得$3<\sqrt{x}<\sqrt[3]{65}$，解得$9<x<65^{\frac{2}{3}}$.故选A.

8.D

提示： 由$f(x)=\ln(1+x^2)-\frac{1}{1+|x|}$，易知$f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增，且$f(x)$为偶函数，则$f(\log_3 a)+f\left(\log_{\frac{1}{3}}a\right)\leqslant2f(1)\Rightarrow f(\log_3 a)+f(-\log_3 a)\leqslant2f(1)\Rightarrow f(\log_3 a)\leqslant f(1)\Rightarrow|\log_3 a|\leqslant1$，即$-1\leqslant\log_3 a\leqslant1$，解得$\frac{1}{3}\leqslant a\leqslant3$.故选D.

二、多项选择题

9.AB

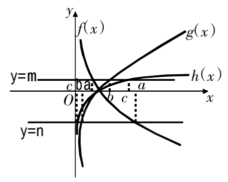
提示： $\left(2^{\frac{1}{4}}\right)^2=2^{\frac{1}{2}}=\sqrt{2}$，故A正确；$\lg2+\lg5=\lg10=1$，故B正确；$e^{2\ln3}=e^{\ln9}=9$，故C错误；$\log_2 3\cdot\log_4 4\cdot\log_4 8=\log_2 3\cdot\log_4 8=\log_2 3\times\frac{3}{2}\log_2 2=\frac{3}{2}\log_2 3\neq3$，故D错误.故选AB.

10.AD

提示： 因为$a=5^{0.6}>5^{0.5}=\sqrt{5}>2$，$0<b=0.6^5<1$，$1=\log_{0.6}0.6<c=\log_{0.6}0.5<\log_{0.6}0.36=2$，$d=\log_5 0.6<0$，所以最大数为$a$，最小数为$d$.故选AD.

11.ABC

提示： 当$f(a)=g(b)=h(c)=0$时，$a=b=c=1$，故B正确；当$f(a)=g(b)=h(c)=m$时，如图所示，此时$a<b<c$，故A正确；当$f(a)=g(b)=h(c)=n$时，如图所示，此时$a>b>c$，故C正确.故选ABC.



（第 11 题图）

12.BD

提示： $f(x)=\log_2(2^x+8^x)-2x=\log_2(2^x+8^x)-\log_2 2^{2x}=\log_2(2^x+2^{-x})$，则$f(x)=f(-x)$，$f(x)$是偶函数，故C错误，D正确；由$f(x)$是偶函数，可知$f(x)$不是单调函数，故A错误；由$2^x+2^{-x}\geqslant2\sqrt{2^x\cdot2^{-x}}=2$，当且仅当$2^x=2^{-x}$，即$x=0$时，等号成立，得$f(x)=\log_2(2^x+2^{-x})\geqslant\log_2 2=1$，则$f(x)$有最小值1，故B正确.故选BD.

三、填空题

13.y_3,y_2,y_1

提示： 随着自变量 x 的增大，$y=a^x(a>1)$的函数值增长远远大于$y=x^c(x>0,c>0)$的函数值增长；而$y=x^c(x>0,c>0)$的函数值增长又远远大于$y=\log_b x(b>1)$的函数值增长.

14.$\left(\frac{3}{4},1\right]$

提示： 要使函数有意义，则$\begin{cases}\log_{0.5}(4x-3)\geqslant0,\\4x-3>0,\end{cases}$解得$\frac{3}{4}<x\leqslant1$.故$f(x)$的定义域是$\left(\frac{3}{4},1\right]$.

15.$\sqrt{3}$

提示： 由已知，得$\begin{cases}a>1,\\\log_a1+1=1,\\\log_a3+1=3,\end{cases}$或$\begin{cases}0<a<1,\\\log_a1+1=3,\\\log_a3+1=1,\end{cases}$

解得$a=\sqrt{3}$.

16.e^3

提示： 因为$a=e^{2024-a}$，$2021+\ln b=e^{3-\ln b}=e^{2024-(2021+\ln b)}$，所以$a=2021+\ln b$，则$\ln b=a-2021$.

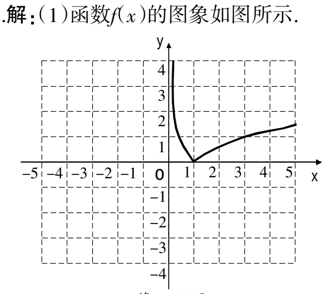
由$a=e^{2024-a}$，得$\ln a=2024-a$.所以$\ln(ab)=\ln a+\ln b=(2024-a)+(a-2021)=3$，故$ab=e^3$.

四、解答题

17.**解：**（1）由$\log_2(4^x-3)=x+1$，得$4^x-3=2^{x+1}$，即$(2^x)^2-2\cdot2^x-3=0$，即$(2^x+1)(2^x-3)=0$，所以$2^x=3$，则$x=\log_2 3$.

（2）原式$=(0.4^3)^{-\frac{1}{3}}+(-2)^{-3\times\frac{4}{3}}+(2^4)^{-0.75}-\frac{1}{2}\times\lg10^{-1}-2\log_2 3\times\log_3 2=\frac{10}{4}+\frac{1}{16}+\frac{1}{8}+\frac{1}{2}-2=\frac{19}{16}$.

18.**解：**（1）函数$f(x)$的图象如图所示.



（第 18 题图）

（2）令$f(a)=f(2)$，即$|\log_3 a|=|\log_3 2|$，

解得$a=\frac{1}{2}$，或$a=2$.

由（1）可知，当$0<a<2$时，若$f(a)>f(2)$，则a的取值范围是$\left(0,\frac{1}{2}\right)$.

19.**解：**（1）在$f(x)=\log_a(x+2)-1$中，令$x+2=1$，得$x=-1$，$f(-1)=-1$，所以函数$f(x)$的图象恒过定点$A(-1,-1)$，又$g(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}$，所以$g(-1)=\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}=4$.

（2）$F(x)=f(x)-g(x)=\log_a(x+2)-1-\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}$，因为$F(x)$的图象过点$\left(2,\frac{1}{2}\right)$，所以$F(2)=\log_a 4-1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$，又$a>0$，且$a\neq1$，解得$a=2$.所以$F(x)=\log_2(x+2)-1-\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}$.

因为$y=\log_2(x+2)$在定义域上是增函数，$y=-1-\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}$在定义域上也是增函数，所以$F(x)$在定义域上是增函数.因为$F(1)=\log_2 3-2$，$F(2)=\frac{1}{2}$，所以$x\in[1,2]$时，$F(x)$的值域为$\left[\log_2 3-2,\frac{1}{2}\right]$.

20.**解：**（1）由已知，可得$f(4)=\log_a 4=2$，解得$a=2$.

（2）由（1）可得$f(x)=\log_2 x$，则$g(x)=f(1-x)+f(1+x)=\log_2(1-x)+\log_2(1+x)=\log_2(1-x^2)$.

由$\begin{cases}1-x>0,\\1+x>0,\end{cases}$解得$-1<x<1$，故$g(x)$的定义域为$(-1,1)$.

（3）由（2）知$g(x)=\log_2(1-x^2)$，$x\in(-1,1)$，因为$t=1-x^2$在$(-1,0)$上单调递增，在$(0,1)$上单调递减，而$y=\log_2 t$在定义域上单调递增，所以$g(x)$的单调递减区间为$(0,1)$.

21.**解：**（1）由已知可得$\begin{cases}a^2-2a-2=1,\\a>0\text{且}a\neq1,\end{cases}$解得$a=3$，

所以$g(x)=\log_3(x+1)+\log_3(3-x)=\log_3(-x^2+2x+3)$.

由$\begin{cases}x+1>0,\\3-x>0,\end{cases}$解得$-1<x<3$，故$g(x)$的定义域为$(-1,3)$.

令$u=-x^2+2x+3(-1<x<3)$，由抛物线u开口向下，且对称轴为直线$x=1$，可知u在$(-1,1)$上单调递增，在$(1,3)$上单调递减，又$y=\log_3 u$在定义域上单调递增，故$g(x)$在$(-1,1)$上单调递增，在$(1,3)$上单调递减.

（2）不等式$g(x)-m+3\leqslant0$的解集非空，即$m-3\geqslant g(x)$有解，所以$m-3\geqslant g(x)_{\min}$.

结合（1）可知，当$x\in\left[\frac{1}{3},2\right]$时，$g(x)$在$\left[\frac{1}{3},1\right]$上单调递增，在$[1,2]$上单调递减，$g\left(\frac{1}{3}\right)=\log_3\frac{32}{9}$，$g(2)=1<\log_3\frac{32}{9}$，所以$g(x)_{\min}=1$.所以$m-3\geqslant1$，解得$m\geqslant4$.所以实数$m$的取值范围为$[4,+\infty)$.

22.**解：**（1）函数$f(x)=\log_4(4^x+1)+kx$为偶函数，

所以$f(-x)=f(x)$，

所以$\log_4(4^{-x}+1)-kx=\log_4(4^x+1)+kx$，

得$2kx=\log_4\frac{4^x+1}{4^x}-\log_4(4^x+1)=\log_4 4^{-x}=-x$，

得$2k=-1$，即$k=-\frac{1}{2}$.

（2）当$a>-3$时，$y=-4^{f(x)-kx}+16^{g(x)}$

$=-4x-1+(3\times2^x+a)^2$

$=8\times(2^x)^2+6a\times2^x+a^2-1$.

设$t=2^x$，因为$x\in[0,1]$，所以$1\leqslant t\leqslant2$，

设$m(t)=8t^2+6at+a^2-1$，

则函数图象的对称轴为$t=-\frac{6a}{2\times8}=-\frac{3a}{8}$，

因为$a>-3$，所以$-\frac{3a}{8}<\frac{9}{8}$，

若$-\frac{3a}{8}\leqslant1$，即$a\geqslant-\frac{8}{3}$，则函数$m(t)$在$[1,2]$上的最小值$h(a)=m(1)=a^2+6a+7$；

若$1<-\frac{3a}{8}<\frac{9}{8}$，即$-3<a<-\frac{8}{3}$，则函数$m(t)$在$[1,2]$上的最小值$h(a)=m\left(-\frac{3a}{8}\right)=-\frac{1}{8}a^2-1$.

综上，$h(a)=\begin{cases}a^2+6a+7,a\geqslant-\frac{8}{3},\\-\frac{1}{8}a^2-1,-3<a<-\frac{8}{3}.\end{cases}$

第 11 期

第 3~4 版章节测试参考答案

一、单项选择题

1.B

提示： 因为函数图象与x轴的交点为$(2,0)$，所以函数$f(x)$的零点为2.故选B.

2.C

提示： 当$x>0$时，由$f(x)=x\ln(x+1)=0$，解得$x=0$（舍去）；当$x\leqslant0$时，由$f(x)=2x^2-3x-2=0$，解得$x=2$（舍去），或$x=-\frac{1}{2}$.故选C.

3.B

提示： 由题得$f(1)f(2)<0$，$f(1.5)f(2)<0$，$f(1.75)f(2)<0$，即$f(x)$在$(1.75,2)$内存在一个零点，故方程$x^3+2x-9=0$的一个近似根x所在区间为$(1.75,2)$.故选B.

4.C

提示： 因为第一次所取区间为$[-2,6]$，所以第二次所取区间可能为$[-2,2]$，$[2,6]$，第三次所取区间可能为$[-2,0]$，$[0,2]$，$[2,4]$，$[4,6]$.故选C.

5.C

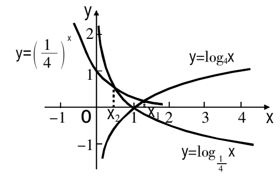
提示： 由于每等分一次，零点所在区间的长度变为原来的$\frac{1}{2}$，故等分n次后的区间长度变为原来的$\frac{1}{2^n}$，由题意可得$\frac{1}{2^n}<0.01$，即$2^n>100>2^6$，所以$n>6$，故至少等分7次.故选C.

6.D

提示： 设$f(x)=x^2$，则$f(0)=0$，即$f(x)$在区间$[-2,2]$上有零点，但$f(-2)f(2)>0$，充分性不成立；设$f(x)=\begin{cases}-1,-2\leqslant x\leqslant0,\\1,0<x\leqslant2,\end{cases}$则$f(-2)f(2)=-1<0$，但$f(x)$在$[-2,2]$上无零点，必要性不成立，故选D.

7.B

提示： 由题意可得x_1是$y=\log_4 x$的图象和$y=\left(\frac{1}{4}\right)^x$的图象的交点的横坐标，$x_2$是$y=\log_{\frac{1}{4}}x$的图象和$y=\left(\frac{1}{4}\right)^x$的图象的交点的横坐标，且$x_1$，$x_2$都是正实数，如图所示，可知$\log_{\frac{1}{4}}x_2>\log_4 x_1$，得$\log_4 x_1+\log_4 x_2<0$，即$\log_4(x_1x_2)<0$，所以$0<x_1x_2<1$.故选B.



（第 7 题图）

8.B

提示： 由题意得$\begin{cases}6.25=3^{a+b},\\2.25=3^{3a+b},\end{cases}$两式相除，可得$3^a=\frac{3}{5}$，则$3^b=\frac{5}{3}\times6.25$.令$3^{at+b}\leqslant0.1$，即$(3^a)^t\cdot3^b\leqslant0.1$，得$\left(\frac{3}{5}\right)^t\leqslant\frac{0.1}{\frac{5}{3}\times6.25}\approx0.010$，所以$t\geqslant9$.故选B.

二、多项选择题

9.CD

提示： 对于A，B，易知函数有零点且在零点左右函数值的符号相反，可以用二分法求零点的近似值；对于C，D，$y=\frac{1}{2}x^2+4x+8=\frac{1}{2}(x+4)^2\geqslant0$，$y=|x|\geqslant0$，有零点，且均不能用二分法求零点的近似值，故选CD.

10.AC

提示： 因为$f(1.25)f(1.5)<0$，所以$f(x)$在区间$(1.25,1.5)$内存在零点.因为$f(1.375)f(1.5)<0$，所以零点在区间$(1.375,1.5)$内；因为$f(1.375)f(1.4375)<0$，所以零点在区间$(1.375,1.4375)$内，又$|1.4375-1.375|=0.0625<0.1$，所以区间$[1.375,1.4375]$内的任意实数均可以作为精确度为0.1的近似值，则A，C正确，D错误；因为$f(1.40625)f(1.4375)<0$，所以零点在区间$(1.40625,1.4375)$内，又$|1.40625-1.375|=0.03125>0.01$，故B错误.故选AC.

11.AD

提示： 易知$f(x)$过点$(1,0)$，则函数$f(x)$有且只有一个零点$\Leftrightarrow$函数$y=2^x-a(x\leqslant0)$没有零点$\Leftrightarrow$函数$y=2^x(x\leqslant0)$的图象与直线$y=a$没有公共点.当$x\leqslant0$时，$y=2^x\in(0,1]$，所以$a\leqslant0$或$a>1$.结合选项可知选AD.

12.BCD

提示： 设商品A的单价为x元/件，销售总收入为y万元，则$y=x\left(10-0.5\cdot\frac{x-2}{0.2}\right)=15x-\frac{5}{2}x^2$.令$15x-\frac{5}{2}x^2\geqslant22.4$，解得$2.8\leqslant x\leqslant3.2$.故选BCD.

三、填空题

13.$\frac{5}{8}$

提示： 设$f(x)=2x^3+3x-3$，因为$f(0)=-3<0$，$f(1)=2>0$，$f\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{5}{4}<0$，所以$f\left(\frac{1}{2}\right)f(1)<0$，则零点在区间$\left(\frac{1}{2},1\right)$内；第二次取区间$\left(\frac{1}{2},1\right)$的中点$x_2=\frac{3}{4}$，因为$f\left(\frac{3}{4}\right)=\frac{3}{32}>0$，所以$f\left(\frac{1}{2}\right)f\left(\frac{3}{4}\right)<0$，则零点在区间$\left(\frac{1}{2},\frac{3}{4}\right)$，则第三次取区间$\left(\frac{1}{2},\frac{3}{4}\right)$的中点为$x_3=\frac{\frac{1}{2}+\frac{3}{4}}{2}=\frac{5}{8}$.

14.$h=-\frac{1}{k}\ln\frac{p}{p_0}$

提示： 由$p=p_0e^{-kh}$，得$\frac{p}{p_0}=e^{-kh}$，故$h=-\frac{1}{k}\ln\frac{p}{p_0}$.

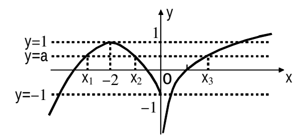
15.6

提示： 由题意，$1.5^n\geqslant10$，所以$n\lg1.5\geqslant1$，

所以$n\geqslant\frac{1}{\lg1.5}=\frac{1}{\lg3-\lg2}\approx\frac{1}{0.1761}\approx5.7$.因为$n\in\mathbf{N}_+$，所以$n$的最小值为6.

16.$\left[-\frac{7}{2},-2\right)$

提示： 方程$f(x)=a$有三个不同的实数根等价于函数$y=f(x)$的图象与直线$y=a$有三个交点.画出$f(x)$的图象如图所示，不妨设$x_1<x_2<x_3$，结合图象可得$x_1+x_2=-4$，且$-1\leqslant\log_2 x_3<1$，即$\frac{1}{2}\leqslant x_3<2$，所以$-\frac{7}{2}\leqslant x_1+x_2+x_3<-2$.



（第 16 题图）

四、解答题

17.（1）**解：** 当$a=0$时，$f(x)=x^2+2x$，令$f(x)=0$，解得$x=0$，或$x=-2$.所以函数$f(x)$的零点为0或-2.

（2）**证明：** 因为$f(x)=2ax^3+x^2+2x+a$，所以$f(-1)=-a-1$，$f(1)=3a+3$，所以$f(-1)f(1)=-3(a+1)^2$.

当$a=-1$时，$f(x)=-2x^3+x^2+2x-1=(2x-1)(1-x^2)$，此时$f\left(\frac{1}{2}\right)=0$，故$f(x)$在区间$(-1,1)$上有零点；

当$a\neq-1$时，$f(-1)f(1)<0$，由零点存在定理可知$f(x)$在区间$(-1,1)$上有零点.

综上，对所有实数a，函数$f(x)$在区间$(-1,1)$上总有零点.

18.**解：**（1）因为函数$y=3^x$是$\mathbf{R}$上的增函数，$y=3x-8$是$\mathbf{R}$上的增函数，

所以$f(x)=3^x+3x-8$是$\mathbf{R}$上的增函数.

又$f(x)$的图象是一条连续不断的曲线，$f(1)=-2<0$，$f(2)=7>0$，即$f(1)f(2)<0$，

所以$f(x)$有且只有一个零点.

（2）由（1）可知$f(x)$在区间$(1,2)$有且只有一个零点，设零点为x_0，

取区间中点$x_1=1.5$，计算得$f(1.5)=3^{1.5}+3\times1.5-8\approx5.196+4.5-8=1.696>0$，

因为$f(1)f(1.5)<0$，所以$x_0\in(1,1.5)$.

再取区间中点$x_2=1.25$，计算得$f(1.25)=3^{1.25}+3\times1.25-8\approx3.948+3.75-8=-0.302<0$，

因为$f(1.25)f(1.5)<0$，所以$x_0\in(1.25,1.5)$.

同理，可得$f(1.375)=3^{1.375}+3\times1.375-8\approx4.529+4.125-8=0.654>0$，$x_0\in(1.25,1.375)$.

因为$|1.375-1.25|=0.125<0.15$，所以$y=f(x)$在$[1,2]$内函数的零点的近似值可取为1.25.

19.**解：**（1）由$\begin{cases}x+1>0,\\x-1>0,\end{cases}$解得$x>1$，所以$g(x)$的定义域为$(1,+\infty)$.

令$g(x)=0$，得$\log_3(x+1)-\log_3(x-1)-2=0$，即$\log_3\frac{x+1}{x-1}=2$，得$\frac{x+1}{x-1}=9$，解得$x=\frac{5}{4}>1$.所以$g(x)$的零点为$\frac{5}{4}$.

（2）由（1）及题设知$\frac{x+1}{x-1}=\frac{a}{x}$在$x\in(1,+\infty)$上有解，且$a>0$，

所以$a=\frac{x(x+1)}{x-1}=x-1+\frac{2}{x-1}+3\geqslant2\sqrt{(x-1)\cdot\frac{2}{x-1}}+3=3+2\sqrt{2}$，当且仅当$x-1=\frac{2}{x-1}$，即$x=\sqrt{2}+1$时，等号成立. 所以$a\geqslant3+2\sqrt{2}$，即$a$的取值范围为$[3+2\sqrt{2},+\infty)$.

20. **解：**（1）2017年至2018年增长了40万人，2018年至2019年增长了48万人，增长速度越来越快，符合指数增长模型，故函数模型$y=ka^x(k>0,a>1)$更合适.将$(1,200)$，$(2,240)$代入$y=ka^x(k>0,a>1)$中，可得$\begin{cases}ak=200,\\a^2k=240,\end{cases}$解得$a=\frac{6}{5}$，$k=\frac{500}{3}$，所以该模型的函数解析式为$y=\frac{500}{3}\cdot\left(\frac{6}{5}\right)^x$.

（2）当三峡大坝游客年游览人数约是2018年的2倍时，游览人数约是480万人，

所以$\frac{500}{3}\cdot\left(\frac{6}{5}\right)^x=480$，即$\left(\frac{6}{5}\right)^x=\frac{72}{25}$，

得$x=\frac{\lg72-\lg25}{\lg6-\lg5}=\frac{2(\lg6-\lg5)+\lg2}{\lg6-\lg5}$

$=2+\frac{\lg2}{2\lg2+\lg3-1}\approx2+\frac{0.3}{2\times0.3+0.48-1}$

$=5.75\approx6$.

故大约在2022年，三峡大坝游客年游览人数约是2018年的2倍.

21.（1）**证明：** 当$m=0$时，$h(x)=f(x)-g(x)=x^2-3-e^x(x<0)$，因为$y=x^2-3$在$(-\infty,0)$上单调递减，$y=-e^x$在$(-\infty,0)$上单调递减，所以$h(x)$在$(-\infty,0)$上单调递减，又$h(-3)=6-\frac{1}{e^3}>0$，$h(-1)=-2-\frac{1}{e}<0$，即$h(-3)h(-1)<0$，所以$h(x)$在$(-\infty,0)$上恰有一个负零点.

（2）**解：** 由$f(x)=0$，化简可得$(x-2)(x+m+2)=0$，解得$x=2$，或$x=-(m+2)$.