第 4 期

第 2~3 版章节测试参考答案

一、单项选择题

1.D

提示:由集合中元素的无序性,知$\{1,2\}$和$\{2,1\}$是同一个集合,故A错误;$\{(0,2)\}$中只有一个元素,故B错误;$\left\{x\in\mathbf{Q}\left|\frac{12}{x}\in\mathbf{N}\right.\right\}=\left\{x\left|x=\frac{12}{n},n\in\mathbf{N}_+\right.\right\}$,是无限集,故C错误;因为方程$x^2+x+2=0$没有实数根,所以$\{x\in\mathbf{Q}|x^2+x+2=0\}=\varnothing$,故D正确.故选D.

2.B

提示:因为$A=\{x|x^2=2x\}=\{0,2\}$,$B=\{x\in\mathbf{Z}|0<x<3\}=\{1,2\}$,所以$A\cup B=\{0,1,2\}$.故选B.

3.D

提示:集合$A=\{a,b,c\}$的所有非空真子集有$\{a\}$,$\{b\}$,$\{c\}$,$\{a,b\}$,$\{a,c\}$,$\{b,c\}$,由题意得$3(a+b+c)=12$,故$a+b+c=4$.故选D.

4.C

提示:命题p是全称量词命题,其否定为:$\exists x\in\mathbf{R}$,$x^2<0$.故选C.

5.C

提示:因为$a>b>c$,所以$a+c>b$,$a+b>c$.若$b+c>a$,则a,b,c为某三角形三边长,充分性成立;

若a,b,c为某三角形三边长,则$b+c>a$,必要性成立.所以"$b+c>a$"是"a,b,c为某三角形三边长"的充要条件.故选C.

6.B

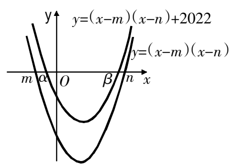
提示:因为$x>0$,$y>0$,且$x+2y=1$,所以$\frac{8}{x}+\frac{1}{y}=\left(\frac{8}{x}+\frac{1}{y}\right)(x+2y)=10+\frac{x}{y}+\frac{16y}{x}\geqslant 10+2\sqrt{\frac{x}{y}\cdot\frac{16y}{x}}=18$,当且仅当$\frac{x}{y}=\frac{16y}{x}$,即$x=\frac{2}{3}$,$y=\frac{1}{6}$时,等号成立.故选B.

7.B

提示:由题意,得$\Delta=m^2-4<0$,解得$-2<m<2$.故选B.

8.C

提示:$\alpha,\beta(\alpha<\beta)$是方程$y=0$的两根$\Leftrightarrow\alpha,\beta(\alpha<\beta)$是函数$y=(x-m)(x-n)+2022(m<n)$的图象与$x$轴交点的横坐标,显然$m,n$是函数$y=(x-m)(x-n)$$(m<n)$的图象与$x$轴交点的横坐标,因为函数$y=(x-m)(x-n)(m<n)$的图象向上平移2022个单位长度得到函数$y=(x-m)(x-n)+2022$$(m<n)$的图象,如下图所示,可知$m<\alpha<\beta<n$.故选C.



(第 8 题图)

二、多项选择题

9.ABC

提示:对于A,当$x_0=0$时,$x_0^2=0<1$,故A是假命题;对于B,当$x_0^2=3$时,得$x_0=\pm\sqrt{3}\notin\mathbf{Q}$,故B是假命题;对于C,当$x_0=0$时,$x_0^2-2x_0-3=-3<0$,故C是假命题;对于D,当$x_0=0$时,$|x_0|=0$,故D是真命题.故选ABC.

10.BD

提示:观察图中集合M,N的关系,得到$M\cap(\complement_{\mathbf{R}}N)\neq\varnothing$,故A错误;$M\cup(\complement_{\mathbf{R}}N)=\mathbf{R}$,故B正确;$(\complement_{\mathbf{R}}M)\cup(\complement_{\mathbf{R}}N)=\complement_{\mathbf{R}}N$,故C错误;$(\complement_{\mathbf{R}}M)\cap(\complement_{\mathbf{R}}N)=\complement_{\mathbf{R}}M$,故D正确.故选BD.

11.AC

提示:不等式$(2x+3)(x-5)>x^2-5x-12$可化为$x^2-2x-3>0$,即$(x+1)(x-3)>0$,解得$x<-1$或$x>3$.原不等式的充分不必要条件即该解集的真子集,结合选项可知选AC.

12.ABD

提示:对于A,$x+y\geqslant 2\sqrt{xy}=4$,当且仅当$x=y=2$时,等号成立,故A正确;对于B,由$y>0$,$(x-2)y=1>0$,可知$x-2>0$,所以$x+y=(x-2)+y+2\geqslant 2\sqrt{(x-2)y}+2=4$,当且仅当$x-2=y$,即$x=3$,$y=1$时,等号成立,故B正确;对于C,因为$x^2+y^2=4$,所以$8=2x^2+2y^2=x^2+y^2+x^2+y^2\geqslant x^2+y^2+2xy=(x+y)^2$,则$x+y\leqslant 2\sqrt{2}$,当且仅当$x=y=\sqrt{2}$时,等号成立,故C错误;对于D,由$x^2-5x-y+8=0$,得$y=x^2-5x+8$,所以$x+y=x^2-4x+8=(x-2)^2+4\geqslant 4$,当且仅当$x=2$时,等号成立,故D正确.故选ABD.

三、填空题

13.右边

提示:$a-b=x^2+y^2+1-2(x+y-1)=x^2+y^2+1-2x-2y+2=(x-1)^2+(y-1)^2+1>0$,所以$a>b$,所以点$A$在点$B$的右边.

14.$a<0$

提示:一元二次方程$ax^2+2x+1=0$有一个正根和一个负根$\Leftrightarrow\begin{cases}a\neq 0,\\ \frac{1}{a}<0\end{cases}\Leftrightarrow a<0$,故"一元二次方程$ax^2+2x+1=0$有一个正根和一个负根"的充要条件是$a<0$.

15.4

提示:由已知,得$A=\{1,4\}$,$\{-1,1,4\}$,$\{1,2,4\}$,$\{-1,1,2,4\}$,共4种可能.

16.3

提示:由$x^2-x-6>0$,解得$x>3$或$x<-2$.因为"$x^2-x-6>0$"是"$x>a$"的必要不充分条件,所以$a\geqslant 3$.所以a的最小值为3.

四、解答题

17.**证明**:(1)先证充分性:

当$m=1$时,$A=\{2,3,7\}$,$B=\{0,7,3,1\}$,所以$A\cap B=\{3,7\}$.

再证必要性:

当$A\cap B=\{3,7\}$时,由$7\in A$,得$m^2+4m+2=7$,

解得$m=-5$,或$m=1$.

当$m=-5$时,$B=\{0,7,3,7\}$不满足集合元素的互异性,舍去;当$m=1$时,$B=\{0,7,3,1\}$,符合题意,所以$m=1$.

综上所述,$A\cap B=\{3,7\}$的充要条件为$m=1$.

18.**证明**:(1) $\frac{a+b}{b}-\frac{c+d}{d}=\frac{d(a+b)-b(c+d)}{bd}=\frac{ad-bc}{bd}$.

因为$bc-ad\geqslant 0$,所以$ad-bc\leqslant 0$.又$bd>0$,所以$\frac{ad-bc}{bd}\leqslant 0$,即$\frac{a+b}{b}-\frac{c+d}{d}\leqslant 0$.所以$\frac{a+b}{b}\leqslant\frac{c+d}{d}$.

(2)因为$c<d<0$,所以$-c>-d>0$.

又因为$a>b>0$,所以$a-c>b-d>0$.

所以$(a-c)^2>(b-d)^2>0$,故$0<\frac{1}{(a-c)^2}<\frac{1}{(b-d)^2}$.

又$n<0$,所以$\frac{n}{(a-c)^2}>\frac{n}{(b-d)^2}$.

19.**解**:(1)若$m=-1$,则$B=\{x|-2<x<2\}$,因为$A=\{x|1<x\leqslant 3\}$,所以$A\cap B=\{x|1<x<2\}$.

(2)若选①:因为$A\cap(\complement_U B)=\varnothing$,所以$A\subseteq B$,

则$\begin{cases}2m\leqslant 1,\\1-m>3,\end{cases}$解得$m<-2$,

所以实数m的取值范围是$(-\infty,-2)$.

若选②:因为"$x\in A$"是"$x\in B$"的充分条件,所以$A\subseteq B$,

则$\begin{cases}2m\leqslant 1,\\1-m>3,\end{cases}$解得$m<-2$,

所以实数m的取值范围是$(-\infty,-2)$.

若选③:因为$\forall x_1\in A$,$\exists x_2\in B$,使得$x_1=x_2$,

所以$A\subseteq B$,

则$\begin{cases}2m\leqslant 1,\\1-m>3,\end{cases}$解得$m<-2$,

所以实数m的取值范围是$(-\infty,-2)$.

20.**解**:(1)因为集合$B=\{x|x^2+4mx-5m^2<0\}=\{x|-5<x<1\}$,

所以关于x的方程$x^2+4mx-5m^2=0$的两个实数根为-5和1,则有$\begin{cases}-5+1=-4m,\\-5\times 1=-5m^2,\end{cases}$解得$m=1$.

(2)由$x^2-3x-4<0$,得$(x-4)(x+1)<0$,解得$-1<x<4$,所以$A=\{x|-1<x<4\}$.

由$x^2+4mx-5m^2<0$,得$(x+5m)(x-m)<0$.

因为$A\cup B=B$,所以$A\subseteq B$,则$B\neq\varnothing$.

当$m>0$时,$B=\{x|-5m<x<m\}$,

此时有$\begin{cases}-5m\leqslant -1,\\m\geqslant 4,\end{cases}$解得$m\geqslant 4$;

当$m<0$时,$B=\{x|m<x<-5m\}$,

此时有$\begin{cases}m\leqslant -1,\\-5m\geqslant 4,\end{cases}$解得$m\leqslant -1$;

当$m=0$时,$B=\varnothing$,不符合题意.

综上,实数m的取值范围是$(-\infty,-1]\cup[4,+\infty)$.

21.**解**:(1)由$x+y=2\geqslant 2\sqrt{xy}$,可得$xy\leqslant 1$,当且仅当$x=y=1$时,等号成立,

所以$\frac{(x+2)(y+2)}{xy}=\frac{xy+2(x+y)+4}{xy}=1+\frac{8}{xy}\geqslant 9$.

故$\frac{(x+2)(y+2)}{xy}$的最小值为9.

(2)因为$\frac{4}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{2}(x+y)\left(\frac{4}{x}+\frac{1}{y}\right)=\frac{1}{2}\left(5+\frac{x}{y}+\frac{4y}{x}\right)\geqslant\frac{1}{2}\left(5+2\sqrt{\frac{x}{y}\cdot\frac{4y}{x}}\right)=\frac{9}{2}$,

当且仅当$x=2y$,即$x=\frac{4}{3}$,$y=\frac{2}{3}$时,等号成立,

所以$\frac{4}{x}+\frac{1}{y}$的最小值为$\frac{9}{2}$.

因为$a\leqslant\frac{4}{x}+\frac{1}{y}$恒成立,所以$a\leqslant\frac{9}{2}$.

故a的最大值为$\frac{9}{2}$.

22.**解**:(1)设售价为x欧元/平方米,销售收入为W万欧元,则$W=x[80-2(x-25)]=-2x^2+130x$.

因为销售收入不低于2000万欧元,所以$W\geqslant 2000$,即$-2x^2+130x\geqslant 2000$,

此不等式可化为$x^2-65x+1000\leqslant 0$,

即$(x-25)(x-40)\leqslant 0$,解得$25\leqslant x\leqslant 40$.

故该种玻璃的售价最多提高到40欧元/平方米.

(2)由题意,可得2021年销售收入为2000万欧元,2022年销售收入为mn(万欧元),投入之和为$\frac{5}{3}(m^2-600)+500+2m=\frac{5}{3}m^2+2m-500$(万欧元),要使2022年的销售收入不低于2021年销售收入与2022年投入之和,

则$mn\geqslant 2000+\frac{5}{3}m^2+2m-500=\frac{5}{3}m^2+2m+1500$$(m>25)$,

所以$n\geqslant\frac{5}{3}m+\frac{1500}{m}+2\geqslant 2\sqrt{\frac{5}{3}m\cdot\frac{1500}{m}}+2=102$,当且仅当$\frac{5}{3}m=\frac{1500}{m}$,即$m=30$时,等号成立.

故销售量至少达到102万平方米时才能满足要求,此时的售价为30欧元/平方米.

扫码免费下载习题讲解 ppt

第 1 期

第 3~4 版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.B

提示:在数轴上与原点距离不大于3的点的集合是$\{x|-3\leqslant x\leqslant 3\}$,故选B.

2.B

提示:由$(3x-1)(x-4)=0$,解得$x=\frac{1}{3}$,或$x=4$,又$x\in\mathbf{Z}$,所以$x=4$,故集合为$\{4\}$.故选B.

3.C

提示:根据元素与集合的关系,可知$\sqrt{3}\notin\mathbf{N}$,$\frac{1}{4}\notin\mathbf{Z}$,$\frac{1}{2}\in\mathbf{Q}$;根据集合间的关系,可知$\varnothing\subseteq\{0\}$.故选C.

4.D

提示:因为$A=\{x|2\leqslant x<4\}$,$B=\{x|y=\sqrt{x-3}\}=\{x|x\geqslant 3\}$,所以$A\cup B=\{x|x\geqslant 2\}=[2,+\infty)$.故选D.

5.C

提示:由图可得阴影部分表示的是$B\cap(\complement_U A)$.因为$A=(-\infty,1)$,所以$\complement_U A=[1,+\infty)$.又$B=(-1,3)$,所以$B\cap(\complement_U A)=[1,3)=\{x|1\leqslant x<3\}$.故选C.

6.C

提示:对于A,$(1,2022)$是元素,不能与集合相等,故A错误;对于B,$\{(x,y)|x=2022,y=1\}=\{(2022,1)\}$,含有1个元素,而集合$\{2022,1\}$含有2个元素,两者不相等,故B错误;同理可知D错误;对于C,由$x^2-2023x+2022=0$,解得$x=2022$,或$x=1$,所以$\{x|x^2-2023x+2022=0\}=\{2022,1\}$,故C正确.故选C.

7.A

提示:对于集合B,设$n\in\mathbf{Z}$,当$k=3n$时,$x=\frac{6n+1}{3}$;当$k=3n+1$时,$x=\frac{6n+3}{3}$;当$k=3n+2$时,$x=\frac{6n+5}{3}$,所以$B=\left\{x\left|x=\frac{6n+1}{3}\text{或}\frac{6n+3}{3}\text{或}\frac{6n+5}{3},n\in\mathbf{Z}\right.\right\}$.

因为$A=\left\{x\left|x=2k+\frac{1}{3},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}=\left\{x\left|x=\frac{6k+1}{3},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$,所以$A\subsetneqq B$.故选A.

8.C

提示:由于集合A,B,C均为非空集合,对于选项A,设集合$A=\{1,2\}$,$B=\{1\}$,$C=\{1,3\}$,则$A\cap B=B\cap C$,但$A\neq C$,故选项A错误;对于选项B,设集合$A=\{1\}$,$B=\{2,3\}$,$C=\{1,2\}$,则$A\cup B=B\cup C$,但$A\neq C$,故选项B错误;对于选项C,若$A\cap B=B\cup C$,因为$C\subseteq B\cup C$,所以$C\subseteq A\cap B$,所以$C\subseteq B$,故选项C正确;对于选项D,设集合$A=\{1\}$,$B=\{1,2,3\}$,$C=\{1,2,3,4\}$,则$A\cup B=B\cap C$,但$B\subsetneqq C$,故选项D错误.故选C.

二、多项选择题

9.BC

提示:因为面积为1的矩形有无数个,所以A是无限集;因为面积为1的等边三角形只有一个,所以B是有限集.故选BC.

10.ACD

提示:因为$(\complement_{\mathbf{R}}A)\cap B=\varnothing$,所以$B\subseteq A$,所以$A\cap B=B$,$A\cup B=A$.故选ACD.

11.BC

提示:因为集合$A=\{2,a^2+1,a^2-4a\}$,$5\in A$,

若$a^2+1=5$,解得$a=\pm 2$,当$a=2$时,$A=\{2,5,-4\}$,$B=\{0,0\}$,与集合元素的互异性矛盾,故$a\neq 2$;当$a=-2$时,$A=\{2,5,12\}$,$B=\{0,4\}$,故$a=-2$成立;

若$a^2-4a=5$,解得$a=5$,或$a=-1$,当$a=5$时,$A=\{2,26,5\}$,$B=\{18,0\}$,故$a=5$成立;当$a=-1$时,$A=\{2,2,5\}$,与集合元素的互异性矛盾,故$a\neq -1$.故选BC.

12.BC

提示:由题意,若集合A有1个元素,则集合B有3个元素,故$3\notin B$,则$3\in A$,故$A=\{3\}$,$B=\{1,2,4\}$,成立;若集合A有2个元素,则集合B有2个元素,故$2\notin B$,$2\notin A$,不成立;若集合A有3个元素,则集合B有1个元素,故$3\notin A$,则$3\in B$,故$A=\{1,2,4\}$,$B=\{3\}$,成立.故选BC.

三、填空题

13.$\{(x,y)|0\leqslant x\leqslant 2,且0\leqslant y\leqslant 1\}$

提示:阴影部分用描述法表示为$\{(x,y)|0\leqslant x\leqslant 2,且0\leqslant y\leqslant 1\}$.

14.$\mathbf{R}$

提示:有理数与无理数组成实数,故$A\cup B=\mathbf{R}$.

15.7

提示:由已知,得集合$A=\{1,2\}$,$B=\{1,2,3,4,5\}$.因为$A\subsetneqq C$,所以$1\in C$,$2\in C$,又因为$C\subseteq B$,所以集合$C=\{1,2,3\}$,$\{1,2,4\}$,$\{1,2,5\}$,$\{1,2,3,4\}$,$\{1,2,3,5\}$,$\{1,2,4,5\}$,$\{1,2,3,4,5\}$,共7个.

16.①$(-2,5)$;②$(-\infty,-2]$

提示:①因为$A=(-\infty,-2]\cup[5,+\infty)$,所以$\complement_{\mathbf{R}}A=(-2,5)$.

②若对于任意$x\in\mathbf{R}$,都有$x\in A$或$x\in B$,则$A\cup B=\mathbf{R}$.因为$A=(-\infty,-2]\cup[5,+\infty)$,$B=(c,+\infty)$,所以$c\leqslant -2$.

所以实数c的取值范围是$(-\infty,-2]$.

四、解答题

17.**解**:(1)用描述法表示为$\{x|x(x^2-2x-3)=0\}$;由$x(x^2-2x-3)=0$,解得$x=-1$,或$x=0$,或$x=3$,所以用列举法表示为$\{-1,0,3\}$.

(2)用描述法表示为$\{x\in\mathbf{Z}|2<x<7\}$;用列举法表示为$\{3,4,5,6\}$.

18.**解**:(1)因为$A\cap B=\{1\}$,所以$1\in A$,$1\in B$,

所以$\begin{cases}1+2+a=0,\\1+b-5=0,\end{cases}$解得$a=-3$,$b=4$.

(2)由(1),得$A=\{x|x^2+2x-3=0\}=\{-3,1\}$,$B=\{x|x^2+4x-5=0\}=\{-5,1\}$,所以$A\cup B=\{-5,-3,1\}$.

又$C=\{2,-3,-5\}$,所以$(A\cup B)\cap C=\{-5,-3\}$.

19.**解**:(1)因为方程$x^2-x=0$的实数根为0,1,所以$A=\{0,1\}$,所以A的所有子集为$\varnothing$,$\{0\}$,$\{1\}$,$\{0,1\}$.

(2)因为不等式组$\begin{cases}x+1\geqslant 0,\\3x-6\leqslant 0\end{cases}$的解为$-1\leqslant x\leqslant 2$,

所以$B=\{x\in\mathbf{Z}|-1\leqslant x\leqslant 2\}=\{-1,0,1,2\}$.又因为$A=\{0,1\}$,所以$\complement_B A=\{-1,2\}$.因为$C=\complement_B A$,所以$-1$和2是方程$x^2+px+q=0$的两实根,由根与系数的关系,得$\begin{cases}-1+2=-p,\\-1\times 2=q,\end{cases}$解得$p=-1$,$q=-2$.

20.**解**:(1)当A为空集时,$2a+1\leqslant a-1$,解得$a\leqslant -2$.所以实数a的取值范围为$(-\infty,-2]$.

(2)若B是A的真子集,则$\begin{cases}a-1\leqslant 0,\\2a+1\geqslant 1,\\a-1<2a+1\end{cases}$(等号不能同时成立),解得$0\leqslant a\leqslant 1$.所以实数$a$的取值范围为$[0,1]$.

21.**解**:(1)因为全集$U=\{不大于20的素数\}=\{2,3,5,7,11,13,17,19\}$,$A\cap(\complement_U B)=\{3,5\}$,$(\complement_U A)\cap B=\{7,11\}$,$(\complement_U A)\cap(\complement_U B)=\{2,17\}$,画出Venn图如图1所示,可知$A=\{3,5,13,19\}$,$B=\{7,11,13,19\}$.

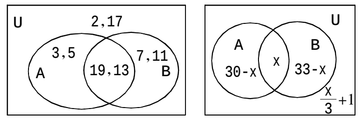


图 1　图 2

(第 21 题图)

(2)由已知,得赞成观点A的人数为$50\times\frac{3}{5}=30$,赞成观点B的人数为$30+3=33$.

记全集$U=\{50名学生\}$,集合$A=\{赞成观点A的学生\}$,集合$B=\{赞成观点B的学生\}$.

设对观点A,B都赞成的学生人数为x,则对观点A,B都不赞成的学生人数为$\frac{x}{3}+1$,如图2所示,可得$(30-x)+(33-x)+x+\frac{x}{3}+1=50$,解得$x=21$.故对观点$A$,$B$都赞成的学生有21人.

22.**解**:(1)因为$A\cup(\complement_U B)=U$,所以$B\subseteq A$.

若$B=\varnothing$,则$m+1>2m-1$,解得$m<2$;

若$B\neq\varnothing$,则$\begin{cases}2m-1\geqslant m+1,\\m+1\geqslant -2,\\2m-1\leqslant 5,\end{cases}$解得$2\leqslant m\leqslant 3$.

综上,实数m的取值范围为$(-\infty,3]$.

(2)当$A\cap B=\varnothing$时,若$B=\varnothing$,则$m+1>2m-1$,解得$m<2$;

若$B\neq\varnothing$,则$\begin{cases}2m-1\geqslant m+1,\\2m-1<-2,\end{cases}$或$\begin{cases}2m-1\geqslant m+1,\\m+1>5,\end{cases}$

解得$m>4$.

综上,当$A\cap B=\varnothing$时,有$m<2$,或$m>4$.所以当$A\cap B\neq\varnothing$时,实数m的取值范围为$[2,4]$.

①

第 2 期

第 3~4 版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.B

提示：若$A=\{1\}$，$B=\{2\}$，则$A\cap B=\varnothing$，但$A\neq\varnothing$，$B\neq\varnothing$，充分性不成立；$A=\varnothing$或$B=\varnothing\Rightarrow A\cap B=\varnothing$，必要性成立，故“$A\cap B=\varnothing$”是“$A=\varnothing$或$B=\varnothing$”的必要不充分条件.故选B.

2.C

提示：$a=-b\Leftrightarrow a+b=0$，故A选项是充要条件；由$a^2=b^2\Leftrightarrow a=\pm b\Leftrightarrow a+b=0$或$a-b=0$，故B选项是必要不充分条件；由$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{a+b}{ab}=0\Rightarrow a+b=0$，但由$a+b=0\nRightarrow\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=0$（如$a=b=0$），故C选项是充分不必要条件；由$\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=\frac{b-a}{ab}=0\Rightarrow b-a=0$，故D选项是既不充分又不必要条件.故选C.

3.C

提示：存在实数$-2<0$，故A错误；反比例函数的图象是中心对称图形，故B错误；根据三角形内角和定理可知三角形内角和为180°，且命题中省略全称量词“所有”，为全称量词命题，故C正确；“有小于1的自然数”中含有量词“有”，即“存在”，是存在量词命题，故D错误.故选C.

4.B

提示：由全称量词命题的否定为存在量词命题，可知命题p的否定为：有的圆的内接四边形不是矩形.故选B.

5.B

提示：因为α是β的必要不充分条件，所以$\alpha\nRightarrow\beta$，但$\beta\Rightarrow\alpha$，又集合$M=\{x|x$满足$\alpha\}$，集合$N=\{x|x$满足$\beta\}$，所以$N\subsetneqq M$.故选B.

6.C

提示：当a,b同号或至少有一个为0时满足等式$|a+b|=|a|+|b|$；当a,b异号时不满足等式$|a+b|=|a|+|b|$，所以等式$|a+b|=|a|+|b|$成立的充要条件是$ab\geqslant0$.故选C.

7.B

提示：设p：攻破楼兰，q：返还家乡，由“不破楼兰终不还”，知如果p不成立，则q不成立，即p的否定$\Rightarrow q$的否定，则$q\Rightarrow p$，故p是q的必要条件.故选B.

8.D

提示：由题意，得原命题的否定是真命题，即$\forall x\in(-2,3)$，$2x-m\neq0$，即$m\neq2x$，因为$-4<2x<6$，所以$m\leqslant-4$，或$m\geqslant6$.故选D.

二、多项选择题

9.BD

提示：A中含有全称量词“任意”，是全称量词命题；B中含有存在量词“有的”，是存在量词命题；C中含有全称量词“都”，是全称量词命题；D中含有存在量词“存在”，是存在量词命题.故选BD.

10.BC

提示：对于A，p的否定：$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2+1\leqslant2x$，故A错误；对于B，p的否定：$\exists x,y\in\mathbf{R}$，$x^2+y^2<0$，故B正确；对于C，当$x_0=-1$时，$\frac{1}{x_0}<x_0+1$成立，故C正确；对于D，当$x=0$时，$x^2>0$不成立，故D错误.故选BC.

11.AC

提示：对于A，$p\Rightarrow q$，$q\nRightarrow p$，故p是q的充分不必要条件，A正确；对于B，$|x|\neq2\Leftrightarrow x\neq\pm2\Leftrightarrow x^2\neq4$，故$p$是$q$的充要条件，B错误；对于C，$p\Rightarrow q$，$q\nRightarrow p$，故$p$是$q$的充分不必要条件，C正确；对于D，取$x=0$，$y=-1$，可知$p\nRightarrow q$，取$x=-1$，$y=0$，可知$q\nRightarrow p$，故$p$是$q$的既不充分也不必要条件，D错误.故选AC.

12.BC

提示：由已知，得$p\Rightarrow r\Rightarrow q$，$r\Leftrightarrow s\Rightarrow p$，可知$q\nRightarrow r$，故$r$不是$q$的必要条件，A错误；$s\Rightarrow p\Rightarrow r\Rightarrow q$，故$s$是$q$的充分条件，B正确；$s\Rightarrow p$，$p\Rightarrow r\Leftrightarrow s$，故$s$是$p$的充要条件，C正确；$p\Rightarrow r\Rightarrow q$，但$q\nRightarrow p$，故$p$是$q$的充分不必要条件，D错误.故选BC.

三、填空题

13.$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2+2x+3=0$

提示：原命题含有量词“有一个”，是存在量词命题，故用符号“$\exists$”将原命题表示为：$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2+2x+3=0$.

14.$(2,4)$（答案不唯一）

提示：由$a^2-ab+b=0$，得$a^2=ab-b$，即$b(a-1)=a^2$，显然$a=1$时上式不成立，所以$a\neq1$，所以$b=\frac{a^2}{a-1}$.取$a=2$，得$b=4$满足要求，故能够说明原命题是真命题的一组有序数对(a,b)为$(2,4)$（答案不唯一）.

15.3或4

提示：一元二次方程$x^2-4x+n=0$有实数根的充要条件是$\Delta=16-4n\geqslant0$，解得$n\leqslant4$.因为$n\in\mathbf{N}_+$，所以$n=1,2,3,4$.经过验证$n=3,4$时满足根是整数根.故所求充要条件是$n=3$或4.

16.$-\frac{1}{2}$或$\frac{1}{3}$

提示：由$x^2+x-6=0$，解得$x=-3$，或$x=2$，故p：$x=-3$，或$x=2$.因为p是q的必要不充分条件，所以关于x的方程$ax+1=0$的解集是集合$\{2,-3\}$的非空真子集，所以$2a+1=0$，或$-3a+1=0$，解得$a=-\frac{1}{2}$，或$a=\frac{1}{3}$.

四、解答题

17.**证明**：因为$n\in\mathbf{Z}$，若n是偶数，则$n+1$是奇数，故$(n+1)^2$是奇数，充分性成立；

若$(n+1)^2$是奇数，则$n+1$是奇数，故n是偶数，必要性成立.

故“n是偶数”是“$(n+1)^2$是奇数”的充要条件.

18.**解**：(1)p的否定：$\exists m\in\mathbf{R}$，使得一元二次方程$x^2+mx-1=0$没有实数根.

若方程没有实数根，则$\Delta=m^2+4<0$，此不等式无解，所以p的否定为假命题.

(2)p的否定：所有三角形的三条边不都相等.

因为等边三角形的三条边相等，所以p是真命题，则p的否定是假命题.

(3)p的否定：存在一个菱形，它的对角线互相不垂直.

因为p是真命题，所以p的否定是假命题.

(4)p的否定：$\forall x\in\mathbf{N}$，$x^2-2x+1>0$.

因为当$x=1$时，$x^2-2x+1=0$，所以p的否定为假命题.

19.**解**：(1)由“$x\in A$”是“$x\in B$”的充分条件，可得$A\subseteq B$，则$\begin{cases}2-a\leqslant1,\\1+2a\geqslant5,\end{cases}$解得$a\geqslant2$.

故实数a的取值范围为$[2,+\infty)$.

(2)由“$x\in A$”是“$x\in B$”的必要条件，可得$B\subseteq A$，当$B=\varnothing$时，$2-a>1+2a$，解得$a<\frac{1}{3}$；当$B\neq\varnothing$，即$a\geqslant\frac{1}{3}$时，则$\begin{cases}2-a\geqslant1,\\1+2a\leqslant5,\end{cases}$解得$\frac{1}{3}\leqslant a\leqslant1$.

综上，实数a的取值范围为$(-\infty,1]$.

20.**解**：(1)由题意，得关于x的方程$x^2-4x+m=0$无实数根，所以$\Delta=16-4m<0$，解得$m>4$.

故$B=\{m|m>4\}$.

(2)因为“$x\in A$”是“$x\in B$”的充分不必要条件，所以$A\subsetneqq B$，

又$A=\{x|3a<x<a+4\}$为非空集合，

得$3a<a+4$且$3a\geqslant4$，解得$\frac{4}{3}\leqslant a<2$.

所以实数a的取值范围为$\left[\frac{4}{3},2\right)$.

21.**解**：选$\forall$：因为“$\forall x\in A$，则$x\in B$”是真命题，所以$A\subseteq B$，则有$\begin{cases}m+1\leqslant5,\\2m-1\geqslant6,\end{cases}$解得$\frac{7}{2}\leqslant m\leqslant4$.

故m的取值范围为$\left[\frac{7}{2},4\right]$.

选$\exists$：因为“$\exists x\in A$，则$x\in B$”是真命题，所以$A\cap B\neq\varnothing$.当$A\cap B=\varnothing$时，若$B=\varnothing$，则$m+1>2m-1$，解得$m<2$；若$B\neq\varnothing$，

则有$\begin{cases}m+1\leqslant2m-1,\\m+1>6,\end{cases}$或$\begin{cases}m+1\leqslant2m-1,\\2m-1<5,\end{cases}$

解得$m>5$，或$2\leqslant m<3$，故$m<3$，或$m>5$.

所以当$A\cap B\neq\varnothing$时，m的取值范围为$[3,5]$.

22.**解**：(1)由已知，得命题p的否定为：$\exists x\in[1,2]$，$x>a^2+1$.

因为命题p的否定为真命题，所以$a^2+1<2$，得$-1<a<1$.所以实数a的取值范围为$(-1,1)$.

(2)因为p为真命题，所以p的否定为假命题，结合(1)可知，p为真命题时，$a\leqslant-1$或$a\geqslant1$.

因为q的否定为真命题，所以“$\forall x\in[1,2]$，一次函数$y=x+a$的图象与x轴重合或在x轴上方”为真命题，

所以$1+a\geqslant0$，即$a\geqslant-1$.

综上，实数a的取值范围为$\{a|a=-1$，或$a\geqslant1\}$.

第 3 期

第 3~4 版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.C

提示：某人月收入x（元）不高于2000元可表示为“$x\leqslant2000$”，故A错误；小明的身高为$x$cm，小华的身高为$y$cm，则小明比小华矮可表示为“$x<y$”，故B错误；变量x不小于a可表示为“$x\geqslant a$”，故C正确；变量y不超过a可表示为“$y\leqslant a$”，故D错误.故选C.

2.B

提示：由已知，得$x-y=2a(a+2)-2-(a-1)(a+3)=2a^2+4a-2-(a^2+2a-3)=a^2+2a+1=(a+1)^2\geqslant0$，所以$x\geqslant y$.故选B.

3.C

提示：因为$a<b<0$，所以$|a|>|b|$，$a^2>b^2$，故A，D正确；$\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=\frac{b-a}{ab}>0$，所以$\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$，故B正确；取$a=-2$，$b=-1$，则$\frac{1}{a-b}=\frac{1}{b}=-1$，故C错误.故选C.

4.C

提示：因为$a>1$，$b>1$，且$a\neq b$，所以$a+b>2\sqrt{ab}$，$a^2+b^2>2ab$，$a^2>a$，$b^2>b$，所以$a^2+b^2>a+b$，所以最大的是a^2+b^2.故选C.

5.C

提示：对于A，$y=x^2-2x+2=(x-1)^2+1\geqslant1$，当且仅当$x=1$时，等号成立，故A错误；对于B，$y=\sqrt{x^2+2}+\frac{1}{\sqrt{x^2+2}}\geqslant2\sqrt{\sqrt{x^2+2}\cdot\frac{1}{\sqrt{x^2+2}}}=2$，当且仅当$\sqrt{x^2+2}=\frac{1}{\sqrt{x^2+2}}$，即$x^2=-1$时，等号成立，此时$x$无解，故B错误；对于C，$y=|x|+\frac{1}{|x|}\geqslant2\sqrt{|x|\cdot\frac{1}{|x|}}=2$，当且仅当$|x|=\frac{1}{|x|}$，即$x=\pm1$时，等号成立，故C正确；对于D，当$x=-4$时，$y=-\frac{1}{4}$，故D错误.故选C.

6.B

提示：原不等式可化为$(x-m)(x+n)<0$，由$m+n>0$，可知$m>-n$，所以原不等式的解集为$\{x|-n<x<m\}$.故选B.

7.C

提示：由已知，得$\begin{cases}k<0,\\\Delta=4-4k^2=0,\\m=-\frac{-2}{2k},\end{cases}$

解得$k=-1$，$m=-1$.故$m+k=-2$.故选C.

8.C

提示：设原来手机的屏幕面积为b，整机面积为a，同时增加相同的数量为$m(0<m<1)$，则原来的屏占比为$\frac{b}{a}(a>b)$，升级后的屏占比为$\frac{b+m}{a+m}$.由$\frac{b+m}{a+m}-\frac{b}{a}=\frac{m(a-b)}{a(a+m)}>0$，知$\frac{b+m}{a+m}>\frac{b}{a}$，即升级后的“屏占比”变大.故选C.

二、多项选择题

9.ACD

提示：因为$1<a<2$，$3<b<5$，所以$4<a+b<7$，$3<ab<10$，故A，C正确；因为$1<a<2$，所以$-2<-a<-1$，又$3<b<5$，所以$1<b-a<4$，故B错误；因为$1<a<2$，所以$\frac{1}{2}<\frac{1}{a}<1$，又$3<b<5$，所以$\frac{3}{2}<\frac{b}{a}<5$，故D正确.故选ACD.

10.AD

提示：当$a>0$时，抛物线$y=ax^2+2x+1$开口向上，且与x轴相交所得两交点的横坐标分别为$x_1,x_2(x_1<x_2)$，所以关于x的不等式$y<0$的解集为$\{x|x_1<x<x_2\}$，故A正确，B错误；若关于x的不等式$y>0$的解集为$\{x|x_1<x<x_2\}$，结合二次函数的图象可知$a<0$，则由根与系数的关系得$x_1+x_2=-\frac{2}{a}>0$，$x_1x_2=\frac{1}{a}<0$，又$x_1<x_2$，所以$x_1<0$，$x_2>0$，故C错误，D正确.故选AD.

11.BCD

提示：因为$a>1$，所以$a-1>0$，所以$2a+\frac{2}{a-1}=2+2(a-1)+\frac{2}{a-1}\geqslant2+2\sqrt{2(a-1)\cdot\frac{2}{a-1}}=6$，当且仅当$2(a-1)=\frac{2}{a-1}$，即$a=2$时，等号成立.故$2a+\frac{2}{a-1}$的最小值为6，结合选项可知选BCD.

12.AB

提示：因为正实数m,n满足$m+n=2$，所以$\frac{1}{m}+\frac{1}{n}=\frac{1}{2}(m+n)\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)=\frac{1}{2}\left(2+\frac{n}{m}+\frac{m}{n}\right)\geqslant\frac{1}{2}\left(2+2\sqrt{\frac{n}{m}\cdot\frac{m}{n}}\right)=2$，当且仅当$\frac{n}{m}=\frac{m}{n}$，即$m=n=1$时，等号成立，故A正确；$mn\leqslant\left(\frac{m+n}{2}\right)^2=1$，当且仅当$m=n=1$时，等号成立，故B正确；$(\sqrt{m}+\sqrt{n})^2=m+n+2\sqrt{mn}=2+2\sqrt{mn}\leqslant4$，当且仅当$m=n=1$时，等号成立，所以$\sqrt{m}+\sqrt{n}\leqslant2$，故C错误；$m^2+n^2=(m+n)^2-2mn=4-2mn\geqslant2$，当且仅当$m=n=1$时，等号成立，故D错误.故选AB.

三、填空题

13.x^2

提示：取$x=\frac{1}{4}$，则$\frac{1}{x}=4$，$\sqrt{x}=\frac{1}{2}$，$x^2=\frac{1}{16}$，故最小的是x^2.

14.$\left\{x\middle|-\frac{1}{2}<x<-\frac{1}{3}\right\}$

提示：由已知，得2和3是方程$x^2-ax-b=0$的两个实数根，所以$\begin{cases}2+3=a,\\2\times3=-b,\end{cases}$解得$a=5$，$b=-6$，所以不等式$bx^2-ax-1>0$可化为$-6x^2-5x-1>0$，即$6x^2+5x+1<0$，解得$-\frac{1}{2}<x<-\frac{1}{3}$，所以不等式$bx^2-ax-1>0$的解集为$\left\{x\middle|-\frac{1}{2}<x<-\frac{1}{3}\right\}$.

15.$2\sqrt{2}$

提示：根据题意，可知二次函数$y=ax^2+2x+b$的图象开口向上，且与x轴只有一个交点，

所以$a>0$，$\Delta=4-4ab=0$，得$ab=1$.又$a>b$，

即$a-b>0$，

所以$\frac{a^2+b^2}{a-b}=\frac{(a-b)^2+2ab}{a-b}=(a-b)+\frac{2}{a-b}$

$\geqslant2\sqrt{(a-b)\cdot\frac{2}{a-b}}=2\sqrt{2}$，

当且仅当$a-b=\frac{2}{a-b}$，即$a=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$，$b=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$时，等号成立.

故$\frac{a^2+b^2}{a-b}$的最小值为$2\sqrt{2}$.

16.6

提示：设矩形空地的长为xm，则宽为$\frac{32}{x}$m，依题意，可得试验区的总面积$S=(x-0.5\times4)\left(\frac{32}{x}-0.5\times2\right)=34-x-\frac{64}{x}\leqslant34-2\sqrt{x\cdot\frac{64}{x}}=18$，

当且仅当$x=\frac{64}{x}$，即$x=8$时，等号成立.所以每块试验区的面积的最大值为$\frac{18}{3}=6\text{m}^2$.

四、解答题

17.**解**：$(2x^2+y^2)-(x^2+xy)=x^2-xy+y^2=\left(x-\frac{1}{2}y\right)^2+\frac{3}{4}y^2\geqslant0$，当且仅当$x=0$，$y=0$时，等号成立.

因为x,y是不全为零的实数，所以$(2x^2+y^2)-(x^2+xy)>0$，即$2x^2+y^2>x^2+xy$.

18.**解**：(1)不等式可化为$\frac{1}{2}x^2+x-\frac{5}{2}<0$，

即$x^2+2x-5<0$.

因为方程$x^2+2x-5=0$有两个实数根$x_1=-1-\sqrt{6}$，$x_2=-1+\sqrt{6}$，结合二次函数$y=x^2+2x-5$的图象，可得原不等式的解集为$\{x|-1-\sqrt{6}<x<-1+\sqrt{6}\}$.

(2)不等式可化为$(2x-1)^2-(x+3)^2\leqslant0$，

即$(3x+2)(x-4)\leqslant0$，

解得$-\frac{2}{3}\leqslant x\leqslant4$，

故原不等式的解集为$\left\{x\middle|-\frac{2}{3}\leqslant x\leqslant4\right\}$.

(3)不等式可化为$\frac{5x-2}{2x+1}-3>0$，即$\frac{x+5}{2x+1}<0$，

此不等式等价于$(x+5)(2x+1)<0$，解得$-5<x<-\frac{1}{2}$，故原不等式的解集为$\left\{x\middle|-5<x<-\frac{1}{2}\right\}$.

19.**解**：(1)由已知，得-3和1是方程$(1-a)x^2-4x+6=0$的实数根，

所以$-3+1=\frac{4}{1-a}$，且$-3\times1=\frac{6}{1-a}$，解得$a=3$.

(2)由(1)知不等式$ax^2+mx+3\geqslant0$即$3x^2+mx+3\geqslant0$，

因为此不等式的解集为$\mathbf{R}$，所以$\Delta=m^2-36\leqslant0$，解得$-6\leqslant m\leqslant6$.

所以m的取值范围是$[-6,6]$.

20.**解**：(1)当$a=-3$时，q：$x^2-2x-3\geqslant0$，即$x\leqslant-1$或$x\geqslant3$.

因为p：$x\leqslant-1$或$x\geqslant3$，所以p是q的充要条件.

(2)q：$x^2+(a+1)x+a\geqslant0\Leftrightarrow(x+a)(x+1)\geqslant0$，

当$a=1$时，q：$x\in\mathbf{R}$，则p是q的充分不必要条件，不满足要求；

当$a<1$时，q：$x\leqslant-1$或$x\geqslant-a$，因为p是q的必要不充分条件，所以$-a>3$，得$a<-3$；

当$a>1$时，q：$x\leqslant-a$或$x\geqslant-1$，则p是q的既不充分又不必要条件，不满足要求.

所以a的取值范围为$(-\infty,-3)$.

21.**解**：(1)因为x,y为正实数，$x+2y-xy=0$，所以$xy=x+2y\geqslant2\sqrt{2xy}$，解得$xy\geqslant8$，

当且仅当$x=2y$，即$x=4$，$y=2$时，等号成立.所以xy的最小值为8.

(2)由$x+2y-xy=0$，得$x+2y=xy\Rightarrow\frac{2}{x}+\frac{1}{y}=1$.

所以$x(y+1)-4\sqrt{2}=xy+x-4\sqrt{2}=2(x+y)-4\sqrt{2}=2(x+y)\left(\frac{2}{x}+\frac{1}{y}\right)-4\sqrt{2}=2\left(\frac{x}{y}+\frac{2y}{x}+3\right)-4\sqrt{2}\geqslant2(2\sqrt{2}+3)-4\sqrt{2}=6$，

当且仅当$x=\sqrt{2}y$，即$x=2+\sqrt{2}$，$y=\sqrt{2}+1$时，等号成立.

所以$m^2-m\geqslant6$，即$m^2-m-6\geqslant0$，

解得$m\leqslant-2$，或$m\geqslant3$.

故m的取值范围为$(-\infty,-2]\cup[3,+\infty)$.

22.**解**：(1)错误原因是两次运用基本不等式等号不能同时成立，正确的解答过程如下：

因为$x>0$，$y>0$，$x+y=1$，所以$\frac{1}{x}+\frac{2}{y}=\left(\frac{1}{x}+\frac{2}{y}\right)\cdot(x+y)=3+\frac{y}{x}+\frac{2x}{y}\geqslant3+2\sqrt{2}$，

当且仅当$\frac{y}{x}=\frac{2x}{y}$且$x+y=1$，即$x=\sqrt{2}-1$，$y=2-\sqrt{2}$时，等号成立.

所以$\frac{1}{x}+\frac{2}{y}$的最小值为$3+2\sqrt{2}$.

(2)$\frac{1}{2x}+\frac{2}{1-x}=\frac{\frac{1}{2}}{x}+\frac{2}{1-x}=\left(\frac{\frac{1}{2}}{x}+\frac{2}{1-x}\right)(x+1-x)=\frac{5}{2}+\frac{\frac{1}{2}(1-x)}{x}+\frac{2x}{1-x}\geqslant\frac{5}{2}+2\sqrt{\frac{1-x}{2x}\cdot\frac{2x}{1-x}}=\frac{9}{2}$，

当且仅当$\frac{2x}{1-x}=\frac{1-x}{2x}$，即$x=\frac{1}{3}$时，等号成立.

故当$0<x<1$时，$\frac{1}{2x}+\frac{2}{1-x}$的最小值为$\frac{9}{2}$.