第8期

第2~3版章节测试参考答案

一、单项选择题

1.B

提示:记A地,B地下雨的事件分别为A,B,两地同时下雨的事件为AB,则有$P(A)=0.06$,$P(B)=0.08$,$P(AB)=0.02$,于是由条件概率公式,得A地为雨天时,B地也为雨天的概率$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{0.02}{0.06}=\frac{1}{3}$.故选B.

2.B

提示:由于取到白球时停止,所以最少取球次数为1,即第一次就取到了白球;

最多次数是7次,即把所有的红球取完之后再取到白球.所以取球次数X可以是1,2,3,…,7.故选B.

3.A

提示:$P(m\leqslant\xi\leqslant n)=P(\xi\leqslant n)-P(\xi<m)=P(\xi\leqslant n)+P(\xi\geqslant m)-1=1-a+1-b-1=1-a-b$.故选A.

4.D

提示:设$Y=2X-1$,依题意得$D(X)=1$,则$D(Y)=2^2D(X)=4$,

即另一组数据$2x_1-1,2x_2-1,2x_3-1,2x_4-1,2x_5-1,2x_6-1$的方差是4.故选D.

5.D

提示:由题意得,随机变量X服从超几何分布,其中$N=10$,$M=4$,$n=2$,则$E(X)=\frac{nM}{N}=2\times\frac{4}{10}=\frac{4}{5}$.故选D.

6.D

提示:由题意得,$P(X>80)=\frac{460}{20000}=0.023$.

因为$X\sim N(60,\sigma^2)$,所以由正态分布曲线的对称性,得$P(40\leqslant X\leqslant 80)=1-2P(X>80)=0.954\approx P(60-2\sigma\leqslant X\leqslant 60+2\sigma)$,故$\sigma=10$,

所以$P(30\leqslant X\leqslant 90)\approx 0.997$,

所以$P(X>90)=\frac{1-P(30\leqslant X\leqslant 90)}{2}\approx 0.0015$,

则90分以上的人数为$20000\times 0.0015=30$,即进入集训队的人数为30.故选D.

7.A

提示:令A_i表示第一次任取3个球使用时,取出i个新球,$i=\{0,1,2,3\}$,B表示"第二次任取的3个球都是新球",则$P(A_0)=\frac{C_3^3}{C_{12}^3}=\frac{1}{220}$,$P(A_1)=\frac{C_3^2C_9^1}{C_{12}^3}=\frac{27}{220}$,$P(A_2)=\frac{C_3^1C_9^2}{C_{12}^3}=\frac{108}{220}$,$P(A_3)=\frac{C_9^3}{C_{12}^3}=\frac{84}{220}$,

由全概率公式,第二次取到的球都是新球的概率为$P(B)=P(A_0)P(B|A_0)+P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)+P(A_3)P(B|A_3)=\frac{1}{220}\times\frac{C_9^3}{C_{12}^3}+\frac{27}{220}\times\frac{C_8^3}{C_{12}^3}+\frac{108}{220}\times\frac{C_7^3}{C_{12}^3}+\frac{84}{220}\times\frac{C_6^3}{C_{12}^3}=\frac{441}{3025}$.故选A.

8.B

提示:由题意得,该产品能销售的概率为$\left(1-\frac{1}{6}\right)\times\left(1-\frac{1}{10}\right)=\frac{3}{4}$,

易知X的所有可能取值为$-320,-200,-80,40,160$,

设ξ表示一箱产品中可以销售的件数,则$\xi\sim B\left(4,\frac{3}{4}\right)$,所以$P(\xi=k)=C_4^k\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^k\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^{4-k}$,

所以$P(X=-80)=P(\xi=2)=C_4^2\left(\frac{3}{4}\right)^2\times\left(\frac{1}{4}\right)^2=\frac{27}{128}$,

$P(X=40)=P(\xi=3)=C_4^3\left(\frac{3}{4}\right)^3\times\frac{1}{4}=\frac{27}{64}$,

$P(X=160)=P(\xi=4)=C_4^4\left(\frac{3}{4}\right)^4\times\left(\frac{1}{4}\right)^0=\frac{81}{256}$,

故$P(X\geqslant -80)=P(X=-80)+P(X=40)+P(X=160)=\frac{27}{128}+\frac{27}{64}+\frac{81}{256}=\frac{243}{256}$,故选B.

二、多项选择题

9.BD

提示:因为i为虚数单位,所以$i^4=1$.

对于A,在这7个数中是正实数的有$\frac{4}{3},\pi,i^4,\sqrt{2},\cos\frac{\pi}{6}$,

故从这7张卡片中随机抽取一张,事件A发生的概率为$P(A)=\frac{5}{7}$,故A错误;

对于B,在这7个数中是无理数的有$\pi,-\frac{\sqrt{3}}{2},\sqrt{2},\cos\frac{\pi}{6}$,

故从这7张卡片中随机抽取一张,事件B发生的概率为$P(B)=\frac{4}{7}$,故B正确;

对于C,在这7个数中既是正实数又是无理数有$\pi,\sqrt{2},\cos\frac{\pi}{6}$,

因为事件AB表示抽到的数既是正实数又是无理数,所以$P(AB)=\frac{3}{7}$,故C错误;

对于D,因为$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{3}{7}\times\frac{7}{5}=\frac{3}{5}$,故D正确.故选BD.

10.AD

提示:设10件产品中有x件次品,则$P(\xi=1)=\frac{C_x^1C_{10-x}^1}{C_{10}^2}=\frac{x(10-x)}{45}=\frac{16}{45}$,解得$x=2$或8.故选AD.

11.BD

提示:由题意可得,目标没有被击中的概率为$C_3^0\left(\frac{1}{4}\right)^3=\frac{1}{64}$,所以目标被击中的概率为$1-\frac{1}{64}=\frac{63}{64}$,故A错误;易知该射手每次射击命中失败的概率为$\frac{1}{4}$,$X$的取值范围为$\{1,2,3\}$,所以$P(X=1)=\frac{3}{4}$,$P(X=2)=\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{16}$,$P(X=3)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{16}$,

所以X的分布列为

X	1	2	3
P	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{16}$

$E(X)=1\times\frac{3}{4}+2\times\frac{3}{16}+3\times\frac{1}{16}=\frac{21}{16}$,$D(X)=\left(1-\frac{21}{16}\right)^2\times\frac{3}{4}+\left(2-\frac{21}{16}\right)^2\times\frac{3}{16}+\left(3-\frac{21}{16}\right)^2\times\frac{1}{16}=\frac{87}{256}$,故B,D正确,C错误.故选BD.

12.ACD

提示:四位同学每人随机选择一个餐厅就餐的方法共有6^4种.

对于A,四人去了四个不同餐厅就餐的概率为$\frac{A_6^4}{6^4}=\frac{5}{18}$,所以A正确;

对于B,四人去了同一餐厅就餐的概率为$\frac{6}{6^4}=\frac{1}{216}$,所以B错误;

对于C,四人中恰有两人去了第一餐厅就餐的概率为$\frac{C_4^2\times 5^2}{6^4}=\frac{25}{216}$,所以C正确;

对于D,每位同学选择去第一餐厅就餐的概率均为$\frac{1}{6}$,所以去第一餐厅就餐的人数$X\sim B\left(4,\frac{1}{6}\right)$,

所以$E(X)=4\times\frac{1}{6}=\frac{2}{3}$,所以D正确.故选ACD.

三、填空题

13.390

提示:由$X\sim N(500,\sigma^2)$,得$\mu=500$,又$P(490\leqslant X\leqslant 510)=0.95$,

所以$P(X\geqslant 510)=\frac{1-0.95}{2}=0.025$,所以$P(X<510)=1-0.025=0.975$,

所以该超市卖出的奶粉质量在510g以下袋数大约为$0.975\times 400=390$.

14.$\frac{5}{16}$

提示:某人参加考试,4道试题中,答对的试题数满足二项分布$X\sim B\left(4,\frac{1}{2}\right)$,所以$P(X\geqslant 3)=P(X=3)+P(X=4)=C_4^3\left(\frac{1}{2}\right)^4+C_4^4\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{5}{16}$.

15.$\frac{4}{3}$

提示:由题意知,$C_3^2p^2(1-p)\cdot p=\frac{8}{27}$,所以$p=\frac{2}{3}$,所以每局比赛甲胜的概率为$\frac{2}{3}$,乙胜的概率为$\frac{1}{3}$,

因为甲胜的局数为X,所以随机变量$X\sim B\left(6,\frac{2}{3}\right)$,

所以$D(X)=6\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{4}{3}$.

16.$\frac{11}{20}$

提示:设事件A_i为"第一次摸出i只好的"$(i=0,1,2)$,事件A为"第二次摸出的2只全是好的",则$P(A)=P(AA_2)+P(AA_1)+P(AA_0)$,因为$P(A_0)=\frac{C_2^2}{C_5^2}=\frac{1}{10}$,$P(A|A_0)=1$,$P(A_1)=\frac{C_3^1C_2^1}{C_5^2}=\frac{3}{5}$,$P(A|A_1)=\frac{C_4^2}{C_5^2}=\frac{3}{5}$,$P(A_2)=\frac{C_3^2}{C_5^2}=\frac{3}{10}$,$P(A|A_2)=\frac{C_3^2}{C_5^2}=\frac{3}{10}$,所以第二次摸出的2只全是好的的概率为$P(A)=P(A_2)P(A|A_2)+P(A_1)P(A|A_1)+P(A_0)P(A|A_0)=\frac{3}{10}\times\frac{3}{10}+\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}+\frac{1}{10}=\frac{11}{20}$.

四、解答题

17.**解**:设"第一次取出的球是黑球"为事件A,"第一次取出的球是红球"为事件B,"第二次取出的球是黑球"为事件C,则$P(A)=\frac{5}{4+5}=\frac{5}{9}$,$P(B)=\frac{4}{4+5}=\frac{4}{9}$,

$P(C|A)=\frac{5+3}{4+5+3}=\frac{2}{3}$,$P(C|B)=\frac{5}{4+5+3}=\frac{5}{12}$,

由全概率公式可得$P(C)=P(AC)+P(BC)$

$=P(A)P(C|A)+P(B)P(C|B)=\frac{5}{9}\times\frac{2}{3}+\frac{4}{9}\times\frac{5}{12}=\frac{5}{9}$.

18.**解**:(1)设"某学生选择参观的3个景点中至少有一个红色文化类景点"为事件A,

由题意,推荐的景点清单中属于历史文化类且不属于红色文化类的景点有4个,既属于历史文化类又属于红色文化类的景点有3个,属于红色文化类且不属于历史文化类的景点有3个,则$P(A)=1-\frac{C_4^3}{C_{10}^3}=\frac{29}{30}$,

所以某学生选择参观的3个景点中至少有一个红色文化类景点的概率为$\frac{29}{30}$.

(2)由题意得随机变量X的所有可能取值为0,1,2,3,X服从参数为$N=10$,$M=3$,$n=3$的超几何分布,

$P(X=0)=\frac{C_7^3}{C_{10}^3}=\frac{7}{24}$,$P(X=1)=\frac{C_3^1C_7^2}{C_{10}^3}=\frac{21}{40}$,

$P(X=2)=\frac{C_3^2C_7^1}{C_{10}^3}=\frac{7}{40}$,$P(X=3)=\frac{C_3^3}{C_{10}^3}=\frac{1}{120}$,

所以随机变量X的分布列为

X	0	1	2	3
P	$\frac{7}{24}$	$\frac{21}{40}$	$\frac{7}{40}$	$\frac{1}{120}$

数学期望$E(X)=3\times\frac{3}{10}=\frac{9}{10}$.

19.**解**:(1)设"第1次抽到男生"为事件A,"第2次抽到男生"为事件B,则"第1次和第2次都抽到男生"为事件AB.

易知$P(A)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$,$P(AB)=\frac{4}{6}\times\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$,

所以在第1次抽到男生的条件下,第2次也抽到男生的概率为$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{3}{5}$.

(2)X的可能取值为0,1,2,X服从参数为$N=6$,$M=2$,$n=3$的超几何分布,依题意,得$P(X=0)=\frac{C_4^3}{C_6^3}=\frac{1}{5}$,$P(X=1)=\frac{C_4^2C_2^1}{C_6^3}=\frac{3}{5}$,$P(X=2)=\frac{C_4^1C_2^2}{C_6^3}=\frac{1}{5}$.

所以X的分布列为

X	0	1	2
P	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$

$E(X)=3\times\frac{2}{6}=1$.

20.**解**:(1)由题意知$100\times(0.0015+a+0.0025+0.0015+0.001)=1$,解得$a=0.0035$.

(2)由题意知,从$[550,650)$中抽取7人,从$[850,950)$中抽取2人.

随机变量X的所有可能取值有0,1,2,$P(X=k)=\frac{C_2^kC_7^{3-k}}{C_9^3}(k=0,1,2)$,$P(X=0)=\frac{C_2^0C_7^3}{C_9^3}=\frac{5}{12}$,$P(X=1)=\frac{C_2^1C_7^2}{C_9^3}=\frac{1}{2}$,$P(X=2)=\frac{C_2^2C_7^1}{C_9^3}=\frac{1}{12}$,

所以随机变量X的分布列为

X	0	1	2
P	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{12}$

所以随机变量X的数学期望$E(X)=0\times\frac{5}{12}+1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{1}{12}=\frac{2}{3}$.

21.**解**:(1)由题意得$X\sim B\left(3,\frac{1}{2}\right)$,则$P(X=0)=C_3^0\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^0\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$,$P(X=1)=C_3^1\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{3}{8}$,$P(X=2)=C_3^2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot\frac{1}{2}=\frac{3}{8}$,$P(X=3)=C_3^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^0=\frac{1}{8}$.

所以,随机变量X的分布列如下表所示:

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

所以$D(X)=3\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$.

(2)当$m=6$时,$4m=24$,设该型6架无人机获得6分的架数为x,则获得2分的架数为$(6-x)$,

由题意可得$6x+2(6-x)=4x+12\geqslant 24$,解得$x\geqslant 3$,$x\in\mathbf{N}$,则$x$的取值有3,4,5,6,

记"某架无人机获得6分"为事件A,则$P(A)=C_3^0\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^0\times\left(\frac{1}{2}\right)^3+C_3^1\cdot\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{2}$,

记"6架无人机参与试飞试验,该型无人机通过安全认证"为事件B,

则$P(B)=C_6^3\left(\frac{1}{2}\right)^3\times\left(\frac{1}{2}\right)^3+C_6^4\left(\frac{1}{2}\right)^4\times\left(\frac{1}{2}\right)^2+C_6^5\left(\frac{1}{2}\right)^5\times\frac{1}{2}+C_6^6\left(\frac{1}{2}\right)^6=\frac{21}{32}$.

22.**解**:(1)由题意知,样本的平均数为$\bar{x}=5.5\times 0.16+6.5\times 0.3+7.5\times 0.4+8.5\times 0.1+9.5\times 0.04=7.06$,

所以$(\mu-2\sigma,\mu+\sigma]=(7.06-1.64,7.06+0.82]=(5.42,7.88]$,

而$P(\mu-2\sigma<k\leqslant\mu+\sigma)=\frac{1}{2}P(\mu-\sigma<k\leqslant\mu+\sigma)+\frac{1}{2}P(\mu-2\sigma<k\leqslant\mu+2\sigma)\approx 0.8186$.

所以质量指标值k在区间$(5.42,7.88]$之外的概率为0.1814,所以$X\sim B(10,0.1814)$,

所以$P(X=1)=C_{10}^1\times 0.8186^9\times 0.1814\approx 10\times 0.1651\times 0.1814\approx 0.299$,所以$E(X)=10\times 0.1814=1.814$.

(2)由题意知,每件产品的平均利润为$y=5t\times 0.16+3t\times 0.3+2t\times 0.4+t\times 0.1+(-5t^2)\times 0.04=-0.2t^2+2.6t$,$t\in(6,7)$,易知抛物线$y=-0.2t^2+2.6t$的对称轴为$t=6.5$,且抛物线开口向下,

所以当$t=6.5$时,y取得最大值,且$y_{max}=-0.2\times 6.5^2+2.6\times 6.5=8.45$.

因为该生产线的年产量为100万件,所以该生产线的年盈利的最大值为$8.45\times 100=845$(万元),因为$845>500$,所以该厂能在一年之内通过销售该产品收回投资.

扫码免费下载
习题讲解ppt

第5期

第3~4版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.A

提示:由题意可知$P(A)=\frac{P(AB)}{P(B|A)}=\frac{\frac{3}{10}}{\frac{1}{2}}=\frac{3}{5}$.故选A.

2.B

提示:设事件A为"该元件的使用寿命超过1年",B为"该元件的使用寿命超过2年",则$P(A)=0.6$,$P(B)=0.3$.因为$B\subseteq A$,所以$P(AB)=P(B)=0.3$,所以$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{0.3}{0.6}=0.5$.故选B.

3.A

提示:记事件A为"第一次失败",事件B为"第二次成功",则$P(A)=\frac{9}{10}$,$P(B|A)=\frac{1}{9}$,

所以$P(AB)=P(A)P(B|A)=\frac{1}{10}$.故选A.

4.A

提示:记"数学不及格"为事件A,"语文不及格"为事件B,则$P(A)=0.15$,$P(AB)=0.03$,所以$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{0.03}{0.15}=0.2$,

所以一学生数学不及格时,他语文也不及格的概率为0.2.故选A.

5.C

提示:设A_1表示"乙球员担当前锋",A_2表示"乙球员担当中锋",A_3表示"乙球员担当后卫",A_4表示"乙球员担当守门员",B表示"当乙球员参加比赛时,球队输球".

则$P(B)=P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)+P(A_3)\cdot P(B|A_3)+P(A_4)P(B|A_4)$

$=0.2\times 0.4+0.5\times 0.2+0.2\times 0.6+0.1\times 0.2=0.32$,

所以当乙球员参加比赛时,该球队某场比赛不输球的概率为$1-0.32=0.68$.故选C.

6.D

提示:由题意,若方程$x^2+mx+n=0$有实根,则$\Delta=m^2-4n\geqslant 0$.

先后掷两次骰子,其中出现点数有5的情况有(1,5),(2,5),(3,5),(4,5),(5,5),(6,5),(5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,6),共11种情况,其中满足$m^2-4n\geqslant 0$有7种,

由古典概型的概率公式,所求的概率为$\frac{7}{11}$.

故选D.

7.B

提示:设A表示"考生答对",B表示"考生知道正确答案",

由全概率公式得,$P(A)=P(B)P(A|B)+P(\bar{B})P(A|\bar{B})=\frac{1}{3}\times 1+\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$.

又由贝叶斯公式得,$P(B|A)=\frac{P(B)P(A|B)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{3}\times 1}{\frac{1}{2}}=\frac{2}{3}$.故选B.

8.A

提示:设A表示"第一次取出的是黄花",B表示"第二次取出的是黄花",则$B=AB+\bar{A}B$,

由全概率公式知,$P(B)=P(A)P(B|A)+P(\bar{A})P(B|\bar{A})$,

由题意知,$P(A)=\frac{b}{a+b}$,$P(B|A)=\frac{b+c}{a+b+c}$,$P(\bar{A})=\frac{a}{a+b}$,$P(B|\bar{A})=\frac{b}{a+b+c}$,

所以$P(B)=\frac{b(b+c)}{(a+b)(a+b+c)}+\frac{ab}{(a+b)(a+b+c)}=\frac{b}{a+b}$.

故选A.

二、多项选择题

9.BC

提示:因为B发生A必定发生,所以$B\subseteq A$,$P(A+B)=P(A)$,$P(AB)=P(B)$,故A,D不正确;$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{P(B)}{P(A)}$,故B正确;$P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{P(B)}{P(B)}=1$,故C正确.故选BC.

10.ABD

提示:由题意知,$P(A_1)=0.50$,$P(B|A_2)=0.90$,$P(B|A_3)=0.70$,$P(A_3)=0.20$,因为$P(B|A_3)=\frac{P(BA_3)}{P(A_3)}$,

所以$P(BA_3)=P(B|A_3)P(A_3)=0.70\times 0.20=0.14$,$P(B)=P(A_1)\cdot P(B|A_1)+P(A_2)\cdot P(B|A_2)+P(A_3)\cdot P(B|A_3)=0.5\times 0.8+0.3\times 0.9+0.2\times 0.7=0.81$,故选ABD.

11.AD

提示:由题意知A_1,A_2,A_3两两互斥,故D正确;

$P(A_1)=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$,$P(A_2)=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$,$P(A_3)=\frac{3}{10}$,

$P(B|A_1)=\frac{P(BA_1)}{P(A_1)}=\frac{\frac{1}{2}\times\frac{5}{11}}{\frac{1}{2}}=\frac{5}{11}$,故A正确;

$P(B|A_2)=\frac{4}{11}$,$P(B|A_3)=\frac{4}{11}$,$P(B)=P(A_1B)+P(A_2B)+P(A_3B)=P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)+P(A_3)P(B|A_3)=\frac{1}{2}\times\frac{5}{11}+\frac{1}{5}\times\frac{4}{11}+\frac{3}{10}\times\frac{4}{11}=\frac{9}{22}\neq P(B|A_1)$,所以$B$与$A_1$不是相互独立事件,故B,C不正确.故选AD.

12.BD

提示:记事件A为"车床加工的零件为次品",记事件B_i为"第i台车床加工的零件",则$P(A|B_1)=6\%$,$P(A|B_2)=P(A|B_3)=5\%$,又$P(B_1)=25\%$,$P(B_2)=30\%$,$P(B_3)=45\%$.

对于A,任取一个零件是第1台生产出来的次品概率为$P(AB_1)=6\%\times 25\%=0.015$,故A错误;

对于B,任取一个零件是次品的概率为$P(A)=P(AB_1)+P(AB_2)+P(AB_3)=6\%\times 25\%+5\%\times 75\%=0.0525$,故B正确;

对于C,如果取到的零件是次品,则是第2台车床加工的概率为$P(B_2|A)=\frac{P(AB_2)}{P(A)}=\frac{P(A|B_2)P(B_2)}{P(A)}=\frac{5\%\times 30\%}{0.0525}=\frac{2}{7}$,故C错误;

对于D,如果取到的零件是次品,则是第3台车床加工的概率为$P(B_3|A)=\frac{P(AB_3)}{P(A)}=\frac{P(A|B_3)P(B_3)}{P(A)}=\frac{5\%\times 45\%}{0.0525}=\frac{3}{7}$,故D正确.故选BD.

三、填空题

13.$\frac{1}{2}$

提示:因为5道题中有3道理科题和2道文科题,如果从中任取2道题,已知其中1题为理科题,则还有4道题,有2道理科题和2道文科题,则另1题为文科题的概率为$P=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$.

14.$\frac{4}{9}$

提示:记"抽到的人是男生"为事件A,"有参加滑雪运动打算"为事件B,

由题意得,$P(A)=\frac{18}{40}=\frac{9}{20}$,$P(AB)=\frac{8}{40}=\frac{1}{5}$,

所以在抽到男生的情况下,他有参加滑雪打算的概率为$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{5}}{\frac{9}{20}}=\frac{4}{9}$.

15.$\frac{7}{8}$

提示:同时抛掷两颗骰子共有$6\times 6=36$种结果,其中"红骰子向上的点数大于2"共有$4\times 6=24$种结果,所以$P(A)=\frac{24}{36}=\frac{2}{3}$;"红骰子向上的点数大于2"且"两颗骰子的点数之和等于6"有(3,3),(4,2),(5,1),共3种结果,则$P(A\bar{B})=\frac{24-3}{36}=\frac{7}{12}$,所以$P(\bar{B}|A)=\frac{P(A\bar{B})}{P(A)}=\frac{\frac{7}{12}}{\frac{2}{3}}=\frac{7}{8}$.

16.0.4825

提示:设从这批种子中任选一颗是一、二、三、四等种子的事件是A_1,A_2,A_3,A_4,则$\Omega=A_1\cup A_2\cup A_3\cup A_4$,且$A_1,A_2,A_3,A_4$两两互斥,设事件B为"从这批种子中任选一颗,所生长出葫芦秧结出50颗以上果实",

则$P(B)=P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)+P(A_3)\cdot P(B|A_3)+P(A_4)P(B|A_4)$

$=95.5\%\times 0.5+2\%\times 0.15+1.5\%\times 0.1+1\%\times 0.05=0.4825$.

四、解答题

17.**解**:设B表示事件"汽车中途停车修理",A_1表示事件"公路上经过的汽车是货车",A_2表示事件"公路上经过的汽车是客车",则根据题意得$P(A_1)=\frac{1}{3}$,$P(A_2)=\frac{2}{3}$,$P(B|A_1)=0.002$,$P(B|A_2)=0.001$,

所以由全概率公式得,$P(B)=P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)=\frac{1}{3}\times 0.002+\frac{2}{3}\times 0.001=\frac{1}{750}$.

即该公路上行驶的汽车停车修理的概率为$\frac{1}{750}$.

18.**解**:设$A_i(i=1,2,3)$表示事件"透镜第i次落下打破",B表示事件"透镜落下三次而未打破",则$B=\overline{A_1A_2A_3}$,故有$P(B)=P(\overline{A_1A_2A_3})=P(\bar{A}_1)P(\bar{A}_2|\bar{A}_1)\cdot P(\bar{A}_3|\bar{A}_1\bar{A}_2)=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{7}{10}\right)\left(1-\frac{9}{10}\right)=\frac{3}{200}$.

19.**解**:(1)设"第1次抽到舞蹈节目"为事件A,"第2次抽到舞蹈节目"为事件B,则"第1次和第2次都抽到舞蹈节目"为事件AB,从6个节目中不放回地依次抽取2个的基本事件总数为$n(\Omega)=A_6^2=30$,根据分步乘法计数原理有$n(A)=A_4^1A_5^1=20$,所以$P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{20}{30}=\frac{2}{3}$.

(2)由(1)知,$n(AB)=A_4^2=12$,所以$P(AB)=\frac{n(AB)}{n(\Omega)}=\frac{12}{30}=\frac{2}{5}$.

(3)由(1)(2)可得,在第1次抽到舞蹈节目的条件下,第2次抽到舞蹈节目的概率为

$$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{\frac{2}{5}}{\frac{2}{3}}=\frac{3}{5}.$$

20.**解**:上述解法没有考虑到已经抽出并展示抽出的这张的一面为红色或黑色,即题目属于条件概率,我们以抽出的这张展示的一面是红色为例,正确的解法是:设"抽出的这张展示的一面是红色"为事件A,"抽出的卡片两面全是红色"为事件B,"如果展示的一面是红色,且这张卡片是两面全是红色的那张"为事件AB,因为$P(A)=\frac{1}{2}$,$P(AB)=\frac{1}{3}$,由条件概率可得,$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{2}{3}$.

21.**解**:记事件A为"该考生报考甲大学",事件B为"该考生报考乙大学",事件D为"考生通过测试",

则$P(A)=0.6$,$P(B)=0.4$,$P(D|A)=0.2$,$P(D|B)=0.7$.

(1)该考生通过测试的概率为$P(D)=P(DA)+P(DB)=P(D|A)P(A)+P(D|B)P(B)=0.6\times 0.2+0.4\times 0.7=0.4$.

(2)该考生通过了测试,则他报考的是甲大学的概率为$P(A|D)=\frac{P(AD)}{P(D)}=\frac{0.6\times 0.2}{0.4}=0.3$.

22.**解**:设事件A为"枪已校正",事件B为"射击中靶",

则$P(A)=\frac{3}{5}$,$P(\bar{A})=\frac{2}{5}$,$P(B|A)=0.9$,$P(\bar{B}|A)=0.1$,$P(B|\bar{A})=0.4$,$P(\bar{B}|\bar{A})=0.6$.

(1)由全概率公式,可得该射手任取一支枪射击,中靶的概率为

$$P(B)=P(A)P(B|A)+P(\bar{A})P(B|\bar{A})=\frac{3}{5}\times 0.9+\frac{2}{5}\times 0.4=0.7.$$

(2)由题意可得,射手任取一支枪射击,结果未中靶,则该枪未校正的概率为

$$P(\bar{A}|\bar{B})=\frac{P(\bar{A}\bar{B})}{P(\bar{B})}=\frac{P(\bar{A})P(\bar{B}|\bar{A})}{P(\bar{A})P(\bar{B}|\bar{A})+P(A)P(\bar{B}|A)}=\frac{\frac{2}{5}\times 0.6}{\frac{2}{5}\times 0.6+\frac{3}{5}\times 0.1}=0.8.$$

第6期

第3~4版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.B

提示:对于A,所取球的个数为2个,是定值,故不是随机变量,故A错误;对于B,从中任取2个其中含红球的个数是随机变量,故B正确;对于C,所取白球与红球的总数为2个,是定值,故不是随机变量,故C错误;对于D,袋中球的总数为7个,是定值,故不是随机变量,故D错误.故选B.

2.B

提示:因为随机变量ξ的所有可能的取值为1,2,3,…,10,且$P(\xi=k)=ak(k=1,2,\cdots,10)$,

所以$a+2a+3a+\cdots+10a=1$,所以$55a=1$,所以$a=\frac{1}{55}$.

故选B.

3.A

提示:不等式$\frac{1}{x}\geqslant1$,可化为不等式$\frac{1-x}{x}\geqslant0$,

解得$0<x\leqslant1$.而当$x\in(0,1]$时,$\xi=1$.故选A.

4.A

提示:由$0.2+0.1+0.1+0.3+m=1$,得$m=0.3$.故$P(Y=2)=P(X=4)=0.3$.故选A.

5.D

提示:由分布列的性质,得$m=0.3$,所以$E(X)=-1\times0.5+3\times0.3+5\times0.2=1.4$.故选D.

6.D

提示:按球编号将球分三组,8个球中有4个球编号小于3,2个球编号等于3,2个球编号大于3.

现从袋中任取3球共有C_8^3种方法,

$\{X=3\}$表示:3球中最大编号为3,分两类情况:第一类1个3号球,另两球编号小于3,由古典概型概率公式得$P_1=\frac{C_2^1\cdot C_4^2}{C_8^3}=\frac{3}{14}$;第二类2个3号球,另一球编号小于3,由古典概型概率公式得$P_2=\frac{C_2^2\cdot C_4^1}{C_8^3}=\frac{1}{14}$.

所以$P(X=3)=P_1+P_2=\frac{3}{14}+\frac{1}{14}=\frac{2}{7}$.故选D.

7.A

提示:由题意,得$P(X=0)=\frac{7}{10}$,$P(X=1)=\frac{3}{10}$,故X的分布列为

X	0	1
P	$\frac{7}{10}$	$\frac{3}{10}$

所以$E(X)=\frac{3}{10}$,所以$D(X)=\frac{7}{10}\times\left(0-\frac{3}{10}\right)^2+\frac{3}{10}\times\left(1-\frac{3}{10}\right)^2=\frac{21}{100}$.故选A.

8.D

提示:当$n\geqslant20$时,$X=500\times20+200\times(n-20)=200n+6000$;当$n\leqslant19$时,$X=500n-100(20-n)=600n-2000$,

则X的可能取值为8800,9400,10000,10200,10400,

$P(X=8800)=0.1$,$P(X=9400)=0.2$,$P(X=10000)=0.3$,$P(X=10200)=0.3$,$P(X=10400)=0.1$,则当周的平均利润$E(X)=0.1\times8800+0.2\times9400+0.3\times10000+0.3\times10200+0.1\times10400=9860$(元).故选D.

二、多项选择题

9.BC

提示:根据离散型随机变量的定义,即可以按照一定次序一一列出,可能取值为有限个或无限个,选项B、C中的变量为连续型随机变量,而选项A、D中的变量都是离散型随机变量,故选BC.

10.AC

提示:由离散型随机变量X的分布列的性质,得$q=1-0.3-0.2-0.2-0.1=0.2$,

则$E(X)=0\times0.2+1\times0.3+2\times0.2+4\times0.2+5\times0.1=2$,

$D(X)=(0-2)^2\times0.2+(1-2)^2\times0.3+(2-2)^2\times0.2+(4-2)^2\times0.2+(5-2)^2\times0.1=2.8$,所以A,C正确;

因为离散型随机变量Y满足$Y=2X+1$,所以$E(Y)=2E(X)+1=4+1=5$,$D(Y)=2^2D(X)=4\times2.8=11.2$,所以B,D错误.故选AC.

11.BD

提示:由题意$E(X)=0\times\frac{1-p}{2}+1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{p}{2}=p+\frac{1}{2}$,

所以$D(X)=\left(0-p-\frac{1}{2}\right)^2\times\frac{1-p}{2}+\left(1-p-\frac{1}{2}\right)^2\times\frac{1}{2}+\left(2-p-\frac{1}{2}\right)^2\times\frac{p}{2}=-p^2+p+\frac{1}{4}=-\left(p-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}$,

所以$E(X)$在(0,1)上随p增大而增大;

$D(X)$在$\left(0,\frac{1}{2}\right)$上随p增大而增大,在$\left(\frac{1}{2},1\right)$上随p增大而减小,即$D(X)$先增大后减小.故选BD.

12.AB

提示:由题意,随机变量X的所有的可能取值为1,2,3,

可得$P(X=1)=p$,$P(X=2)=(1-p)p$,$P(X=3)=(1-p)^2$,则$E(X)=p+2(1-p)p+3(1-p)^2=p^2-3p+3$,

因为$E(X)>1.75$,即$p^2-3p+3>1.75$,解得$p>\frac{5}{2}$或$p<\frac{1}{2}$,又$0<p\leqslant1$,所以$0<p<\frac{1}{2}$,即$p\in\left(0,\frac{1}{2}\right)$.

结合选项,可得选项A、B符合题意.故选AB.

三、填空题

13.$-1,0,1,2,3$

提示:$X=-1$表示甲抢到1题,且答错了,而乙抢到两题均答错,则甲获胜;

甲获胜还有以下可能:$X=0$,有两种可能:甲没抢到题,而乙抢到3题,且答错2题或3题;甲抢到2题,且1对1错,乙抢到1题,且答错;$X=1$时,有两种可能:甲抢到1题,且答对,而乙抢到2题,且1对1错或都错;甲抢到3题,且1错2对;

$X=2$时,甲抢到2题均答对;$X=3$时,甲抢到3题均答对.

14.$\frac{10}{3}$

提示:由题意可知,随机变量X的可能取值有2,3,4,5,

$P(X=2)=\frac{C_3^2}{C_6^2}=\frac{1}{5}$,$P(X=3)=\frac{C_3^1C_2^1}{C_6^2}=\frac{2}{5}$,$P(X=4)=\frac{C_3^1+C_2^2}{C_6^2}=\frac{4}{15}$,$P(X=5)=\frac{C_2^1}{C_6^2}=\frac{2}{15}$,

因此,$E(X)=2\times\frac{1}{5}+3\times\frac{2}{5}+4\times\frac{4}{15}+5\times\frac{2}{15}=\frac{10}{3}$.

15.$\frac{19}{20}$

提示:易判断$f_2(x)=x^2$,$f_5(x)=\cos x$,$f_6(x)=2$为偶函数,所以写有偶函数的卡片有3张,ξ的取值范围是$\{1,2,3,4\}$.所以$P(\xi\leqslant3)=1-P(\xi=4)=1-\frac{C_3^1C_2^1C_1^1C_3^1}{C_6^1C_5^1C_4^1C_3^1}=\frac{19}{20}$.

16.9.8

提示:由题意可知Y的所有可能取值为0,2,6,10,$P(Y=0)=P(X<300)=0.3$,$P(Y=2)=P(300\leqslant X<700)=P(X<700)-P(X<300)=0.7-0.3=0.4$,$P(Y=6)=P(700\leqslant X<900)=P(X<900)-P(X<700)=0.9-0.7=0.2$,

$P(Y=10)=P(X\geqslant900)=1-P(X<900)=1-0.9=0.1$,

所以随机变量Y的分布列如下表所示:

Y	0	2	6	10
P	0.3	0.4	0.2	0.1

所以$E(Y)=0\times0.3+2\times0.4+6\times0.2+10\times0.1=3$,

$D(Y)=(0-3)^2\times0.3+(2-3)^2\times0.4+(6-3)^2\times0.2+(10-3)^2\times0.1=9.8$.所以工期延误天数$Y$的方差为9.8.

四、解答题

17.**解**:(1)

ξ	0	1	2	3
结果	取得3个黑球	取得1个白球,2个黑球	取得2个白球,1个黑球	取得3个白球

(2)由题意可得$\eta=5\xi+6$,而ξ可能的取值为0,1,2,3,

所以η对应的各值是$5\times0+6$,$5\times1+6$,$5\times2+6$,$5\times3+6$.

故η的可能取值为6,11,16,21,显然η为离散型随机变量.

18.**解**:(1)由$x^2-x-6\leqslant0$,得$-2\leqslant x\leqslant3$,即$S=\{x|-2\leqslant x\leqslant3\}$.因为$m,n\in\mathbf{Z}$,$m,n\in S$且$m+n=0$,

所以事件A包含的基本事件为$(-2,2)$,$(2,-2)$,$(-1,1)$,$(1,-1)$,$(0,0)$.

(2)由于m的所有不同取值为$-2,-1,0,1,2,3$,所以$\xi=m^2$的所有不同取值为0,1,4,9,且有$P(\xi=0)=\frac{1}{6}$,$P(\xi=1)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$,$P(\xi=4)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$,$P(\xi=9)=\frac{1}{6}$,

故ξ的分布列为

ξ	0	1	4	9
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

$E(\xi)=0\times\frac{1}{6}+1\times\frac{1}{3}+4\times\frac{1}{3}+9\times\frac{1}{6}=\frac{19}{6}$.

19.**解**:(1)设小张恰好选择三种滑雪项目为事件A,则$P(A)=\frac{C_4^3\cdot C_5^3}{C_9^6}=\frac{10}{21}$.

(2)由题意知,X的可能取值为1,2,3,4,

所以$P(X=1)=\frac{C_4^1}{C_9^6}=\frac{1}{21}$,$P(X=2)=\frac{C_4^2\cdot C_5^4}{C_9^6}=\frac{5}{14}$,$P(X=3)=\frac{10}{21}$,$P(X=4)=\frac{C_5^2}{C_9^6}=\frac{5}{42}$,

故X的分布列为

X	1	2	3	4
P	$\frac{1}{21}$	$\frac{5}{14}$	$\frac{10}{21}$	$\frac{5}{42}$

所以数学期望$E(X)=1\times\frac{1}{21}+2\times\frac{5}{14}+3\times\frac{10}{21}+4\times\frac{5}{42}=\frac{8}{3}$.

20.**解**:(1)由$(0.004+0.012+0.024+0.040+0.012+m)\times10=1$,解得$m=0.008$,

所以$\bar{x}=95\times0.004\times10+105\times0.012\times10+115\times0.024\times10+125\times0.040\times10+135\times0.012\times10+145\times0.008\times10=121.8$,所以这50名学生数学成绩的平均数的估计值为121.8.

(2)成绩在[130,140)的同学人数为$0.012\times10\times50=6$,成绩在[140,150]的同学人数为$0.008\times10\times50=4$,

由题意知,ξ可能的取值为0,1,2,3,

$P(\xi=0)=\frac{C_4^0C_6^3}{C_{10}^3}=\frac{1}{6}$,$P(\xi=1)=\frac{C_4^1C_6^2}{C_{10}^3}=\frac{1}{2}$,$P(\xi=2)=\frac{C_4^2C_6^1}{C_{10}^3}=\frac{3}{10}$,$P(\xi=3)=\frac{C_4^3C_6^0}{C_{10}^3}=\frac{1}{30}$,

所以ξ的分布列为

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{30}$

所以数学期望$E(\xi)=0\times\frac{1}{6}+1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{3}{10}+3\times\frac{1}{30}=\frac{6}{5}$.

21.**解**:(1)这1000人中对该款手机"非常满意"的人数为$1000\times(0.010+0.005)\times10=150$.

由频率分布直方图可得,得分的中位数为$60+x(0<x<10)$,则$0.3+0.04x=0.5$,解得$x=5$,所以中位数的估计值为65分.

(2)①若按"满意度"采用分层随机抽样的方法从这1000名被调查者中抽取20人,则"不满意"与"基本满意"的用户应抽取$20\times(0.030+0.040+0.015)\times10=17$人,"非常满意"的用户应抽取$20\times(0.010+0.005)\times10=3$人,

故X的可能取值为0,1,2,3,$P(X=0)=\frac{C_{17}^3}{C_{20}^3}=\frac{34}{57}$,$P(X=1)=\frac{C_3^1C_{17}^2}{C_{20}^3}=\frac{34}{95}$,$P(X=2)=\frac{C_3^2C_{17}^1}{C_{20}^3}=\frac{17}{380}$,$P(X=3)=\frac{C_3^3}{C_{20}^3}=\frac{1}{1140}$,

则X的分布列为

X	0	1	2	3
P	$\frac{34}{57}$	$\frac{34}{95}$	$\frac{17}{380}$	$\frac{1}{1140}$

故$E(X)=0\times\frac{34}{57}+1\times\frac{34}{95}+2\times\frac{17}{380}+3\times\frac{1}{1140}=\frac{9}{20}$.

②设这3人获得的话费补贴总额为Y,则$Y=100X+50(3-X)=50X+150$(元),

所以$E(Y)=E(50X+150)=50E(X)+150=50\times\frac{9}{20}+150=22.5+150=172.5$(元),

故这3人将获得的话费补贴总额的期望为172.5元.

22.**解**:(1)设盒子中有红色小球$n(n\in\mathbf{N}_+$,且$1\leqslant n\leqslant8)$个,则有白色小球$(8-n)$个,

由从盒子中任取2个球,取到1个红球和1个白球的概率为$\frac{4}{7}$,得$\frac{C_n^1C_{8-n}^1}{C_8^2}=\frac{4}{7}$,解得$n=4$,

故盒子中有红色小球4个,有白色小球4个.

(2)随机变量X的可能取值为1,2,3,4,5,

有$P(X=1)=\frac{A_4^1}{A_8^1}=\frac{1}{2}$,$P(X=2)=\frac{A_4^1A_4^1}{A_8^2}=\frac{2}{7}$,$P(X=3)=\frac{A_4^2A_4^1}{A_8^3}=\frac{1}{7}$,$P(X=4)=\frac{A_4^3A_4^1}{A_8^4}=\frac{2}{35}$,$P(X=5)=\frac{A_4^4A_4^1}{A_8^5}=\frac{1}{70}$,

故随机变量X的分布列为

X	1	2	3	4	5
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{2}{35}$	$\frac{1}{70}$

$E(X)=1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{2}{7}+3\times\frac{1}{7}+4\times\frac{2}{35}+5\times\frac{1}{70}=\frac{9}{5}$.

(3)小明获胜的概率为$P(X=1)+P(X=3)+P(X=5)=\frac{1}{2}+\frac{1}{7}+\frac{1}{70}=\frac{23}{35}$,

小兰获胜的概率为$1-\frac{23}{35}=\frac{12}{35}$,由$\frac{23}{35}>\frac{12}{35}$,所以小明更容易获胜,这个游戏规则不公平.

第7期

第3~4版同步周测参考答案

一、单项选择题

1.B

提示:由题意知,随机变量$X\sim B(10,0.5)$,得$E(X)=10\times0.5=5$,

因为$Y=2X-8$,所以$E(Y)=2E(X)-8=2\times5-8=2$.故选B.

2.B

提示:由题意知,恰有5次投中的概率为$P=C_7^5\times0.8^5\times0.2^2$,故选B.

3.C

提示:对于A,事件的概率为$\frac{C_3^1C_7^3}{C_{10}^4}=\frac{1}{2}$;

对于B,事件的概率为$\frac{C_7^4}{C_{10}^4}=\frac{1}{6}$;

对于C,事件的概率为$\frac{C_3^2C_7^2}{C_{10}^4}=\frac{3}{10}$;

对于D,事件的概率为$\frac{C_7^4+C_3^1C_7^3+C_3^2C_7^2}{C_{10}^4}=\frac{29}{30}$.故选C.

4.D

提示:因为随机变量X服从正态分布$N(3,\sigma^2)$,所以正态曲线关于直线$x=3$对称,

又$P(X<1)=0.1$,所以$P(X>5)=0.1$,则$P(3\leqslant X\leqslant5)=\frac{P(1\leqslant X\leqslant5)}{2}=\frac{1-0.1\times2}{2}=0.4$.故选D.

5.C

提示:记同时取出的2个球中红球的个数为X,则X服从参数为$N=5$,$M=3$,$n=2$的超几何分布,所以$E(X)=\frac{2\times3}{5}=\frac{6}{5}$.故选C.

6.D

提示:由题意知,随机变量X服从二项分布,即$X\sim B(n,p)$,由$E(X)=2$,$D(X)=1.6$,可得$np=2$,$np(1-p)=1.6$,解得$p=0.2$,$n=10$,故选D.

7.A

提示:因为成绩$X\sim N(90,\sigma^2)$,所以其正态曲线关于直线$x=90$对称,$P(60\leqslant X\leqslant120)=0.8$,根据对称性知,$P(X>120)=\frac{1}{2}(1-0.8)=0.1$,

所以估计成绩高于120分的人数为$0.1\times780=78$,故选A.

8.D

提示:设王先生遇到红灯次数为随机变量X.

若走L_1路线,X的取值范围为$\{0,1,2,3\}$,且$X\sim B\left(3,\frac{1}{2}\right)$,所以$E(X)=3\times\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$;

若走L_2路线,X的取值范围为$\{0,1,2\}$,则$P(X=0)=\left(1-\frac{3}{4}\right)\times\left(1-\frac{3}{5}\right)=\frac{1}{10}$,$P(X=1)=\frac{3}{4}\times\left(1-\frac{3}{5}\right)+\left(1-\frac{3}{4}\right)\times\frac{3}{5}=\frac{9}{20}$,$P(X=2)=\frac{3}{4}\times\frac{3}{5}=\frac{9}{20}$,所以$E(X)=0\times\frac{1}{10}+1\times\frac{9}{20}+2\times\frac{9}{20}=\frac{27}{20}$.

故选D.

二、多项选择题

9.ABD

提示:依据超几何分布模型定义可知,试验必须是不放回地抽取n次,A、B、D中随机变量X服从超几何分布.而C中显然不能看作一个不放回抽样问题,故随机变量X不服从超几何分布.故选ABD.

10.AB

提示:由正态分布曲线关于$x=\mu$对称,

得$\mu_1<\mu_2=\mu_3$,

由σ越小,曲线越"瘦高",得$\sigma_1=\sigma_2<\sigma_3$.故选AB.

11.BC

提示:由题意知,X的取值范围为$\{0,1,2\}$,故A错误;了解冰壶的人数在30以上的学校有4所,则$P(X=0)=\frac{C_4^0\cdot C_6^2}{C_{10}^2}=\frac{1}{3}$,$P(X=1)=\frac{C_4^1\cdot C_6^1}{C_{10}^2}=\frac{8}{15}$,$P(X=2)=\frac{C_4^2\cdot C_6^0}{C_{10}^2}=\frac{2}{15}$,

所以$E(X)=0\times\frac{1}{3}+1\times\frac{8}{15}+2\times\frac{2}{15}=\frac{4}{5}$,所以B,C正确,D错误.故选BC.

12.ABC

提示:由题意知,$\xi\sim B\left(5,\frac{2}{3}\right)$,则$X=10\xi-5(5-\xi)=15\xi-25$,

所以$E(\xi)=5\times\frac{2}{3}=\frac{10}{3}$,$D(\xi)=5\times\frac{2}{3}\times\left(1-\frac{2}{3}\right)=\frac{10}{9}$,故A正确;

所以$P(X\leqslant5)=P(\xi\leqslant2)=P(\xi=0)+P(\xi=1)+P(\xi=2)=C_5^0\left(1-\frac{2}{3}\right)^5+C_5^1\cdot\frac{2}{3}\times\left(1-\frac{2}{3}\right)^4+C_5^2\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\left(1-\frac{2}{3}\right)^3=\frac{51}{243}$,故B正确;$E(X)=15E(\xi)-25=15\times\frac{10}{3}-25=25$,故C正确;$D(X)=15^2D(\xi)=15^2\times\frac{10}{9}=250$,故D错误.故选ABC.

三、填空题

13.$\frac{15}{38}$

提示:$X=1$是指选取的人中年龄低于30岁的有1人,所以$P(X=1)=\frac{C_5^1\cdot C_{15}^1}{C_{20}^2}=\frac{15}{38}$.

14.2.1

提示:由题意,知$X\sim B(10,0.7)$,则$D(X)=10\times0.7\times(1-0.7)=2.1$.

15.$\frac{10}{243}$

提示:由题意,知$\xi\sim B\left(5,\frac{1}{3}\right)$,$P(\xi=k)=C_5^k\left(\frac{1}{3}\right)^k\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{5-k}$,$k=0,1,2,3,4,5$.

故$P(\xi=4)=C_5^4\left(\frac{1}{3}\right)^4\times\frac{2}{3}=\frac{10}{243}$.

16.26

提示:由题意,$X\sim N(8,1)$,则$\mu=8$,$\sigma=1$,所以$P(5\leqslant X\leqslant6)=P(\mu-3\sigma\leqslant X\leqslant\mu-2\sigma)=\frac{1}{2}[P(\mu-3\sigma\leqslant X\leqslant\mu+3\sigma)-P(\mu-2\sigma\leqslant X\leqslant\mu+2\sigma)]\approx\frac{1}{2}\times(0.9973-0.9545)=0.0214$,

$1200\times0.0214=25.68\approx26$,

则每天的睡眠时间为5~6小时的学生人数约为26.

四、解答题

17.**解**:(1)分别记甲、乙、丙经第一次烧制后合格为事件A_1,A_2,A_3.

设事件E表示第一次烧制后恰好有一件产品合格,则$P(E)=P(A_1\bar{A}_2\bar{A}_3)+P(\bar{A}_1A_2\bar{A}_3)+P(\bar{A}_1\bar{A}_2A_3)=0.5\times0.4\times0.6+0.5\times0.6\times0.6+0.5\times0.4\times0.4=0.38$.

(2)因为每件工艺品经过两次烧制后合格的概率均为$p=0.3$,则$X\sim B(3,0.3)$.

所以$P(X=0)=C_3^0\times(1-0.3)^3=0.343$,

$P(X=1)=C_3^1\times(1-0.3)^2\times0.3=0.441$,

$P(X=2)=C_3^2\times0.3^2\times0.7=0.189$,$P(X=3)=C_3^3\times0.3^3=0.027$.

所以X的分布列为

X	0	1	2	3
P	0.343	0.441	0.189	0.027

于是$E(X)=np=3\times0.3=0.9$.

18.**解**:(1)由题意得$\mu=\frac{1}{8}(7+8+10+15+17+19+21+23)=15$,$\sigma^2=\frac{1}{8}[(-8)^2+(-7)^2+(-5)^2+0^2+2^2+4^2+6^2+8^2]=32.25$,所以$\sigma\approx5.68$.

所以估计甲每场比赛中得分的均值μ为15,标准差σ为5.68.

(2)设甲每场比赛中的得分为随机变量X,由(1)得甲在每场比赛中得分不低于26分的概率$P(X\geqslant26)\approx\frac{1}{2}[1-P(\mu-2\sigma\leqslant X\leqslant\mu+2\sigma)]\approx\frac{1}{2}(1-0.954)=0.023$,

设在82场比赛中,甲得分不低于26分的场数为Y,则$Y\sim B(82,0.023)$,Y的均值$E(Y)=82\times0.023\approx2$.

由此估计甲在82场比赛中得分在不低于26分的平均场数为2.

19.**解**:(1)设小华和小夏答对的题目个数分别为a_1和a_2,

则所求的概率$p=P(a_1=2,a_2=3)+P(a_1=3,a_2=2)+P(a_1=3,a_2=3)=C_3^2\left(\frac{4}{5}\right)^2\times\frac{1}{5}\times\left(\frac{3}{4}\right)^3+\left(\frac{4}{5}\right)^3\times C_3^2\left(\frac{3}{4}\right)^2\times\frac{1}{4}+\left(\frac{4}{5}\right)^3\times\left(\frac{3}{4}\right)^3=\frac{297}{500}$,故"华夏组合"在一轮竞赛中获得20分的概率为$\frac{297}{500}$.

(2)依题意,"华夏组合"在竞赛中得分的轮数X满足$X\sim B(n,p)$,

由(1)得$p=\frac{297}{500}$,因为"华夏组合"期望至少要获得100分,所以$np\geqslant5$,即$\frac{297}{500}n\geqslant5$,解得$n\geqslant\frac{5\times500}{297}\approx8.4$,

所以"华夏组合"期望至少要获得100分,则理论上至少要进行9轮竞赛.

20.**解**:(1)由甲班频率分布直方图知,甲班每天学习时间达到5小时及以上的频率为$(0.500+0.250+0.050)\times1=0.8$.

故该校高三年级每天学习时间达到5小时及以上的学生人数约为$0.8\times600=480$.

(2)甲班每天学习时间不足4小时的人数约为$40\times0.050\times1=2$,乙班每天学习时间不足4小时的人数约为$40\times0.100\times1=4$,

所以两个班每天学习时间不足4小时的学生共6人.从中随机抽取3人,则抽到的甲班学生人数X的可能取值为0,1,2,且X服从超几何分布,

$P(X=0)=\frac{C_2^0\cdot C_4^3}{C_6^3}=\frac{1}{5}$,$P(X=1)=\frac{C_2^1\cdot C_4^2}{C_6^3}=\frac{3}{5}$,$P(X=2)=\frac{C_2^2\cdot C_4^1}{C_6^3}=\frac{1}{5}$,

所以X的分布列为

X	0	1	2
P	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$

均值$E(X)=\frac{3\times2}{6}=1$.

(3)从甲、乙两个班学生每天的学习时间的频率分布直方图上来看,甲班的数据比较集中,乙班的数据相比甲班较为分散,故$s_1^2<s_2^2$.

21.**解**:(1)由题意得,$\mu=\frac{1}{100}(35\times2+45\times13+55\times21+65\times25+75\times24+85\times11+95\times4)=65.5$,$\sigma=\sqrt{198}\approx14$,所以$P(37.5<\xi\leqslant79.5)=P(\mu-2\sigma\leqslant X\leqslant\mu+\sigma)\approx\frac{0.9545+0.6827}{2}=0.8186$.

(2)由题意知,$P(\xi<\mu)=P(\xi\geqslant\mu)=\frac{1}{2}$,获赠话费$X$的可能取值为20,40,50,70,100,

$P(X=20)=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$,$P(X=40)=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{9}$,$P(X=50)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$,$P(X=70)=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{9}$,$P(X=100)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{18}$,

则X的分布列为

X	20	40	50	70	100
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{18}$

$E(X)=20\times\frac{1}{3}+40\times\frac{2}{9}+50\times\frac{1}{6}+70\times\frac{2}{9}+100\times\frac{1}{18}=45$.

22.**解**:(1)设从500个水果中随机抽取一个,抽到二等级别水果的事件为A,则$P(A)=\frac{250}{500}=\frac{1}{2}$.

随机抽取6个,设抽到二等级别水果的个数为X,则$X\sim B\left(6,\frac{1}{2}\right)$,

所以恰好抽到3个二等级别水果的概率为

$P(X=3)=C_6^3\left(\frac{1}{2}\right)^3\times\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{5}{16}$.

(2)用分层随机抽样的方法从500个水果中抽取10个,

则其中优级水果有$10\times\frac{150}{500}=3$个,非优级水果有$10-3=7$个.

现从这10个水果中抽取3个,则优级水果的数量Y服从超几何分布,所有可能的取值为0,1,2,3.

则$P(Y=0)=\frac{C_3^0C_7^3}{C_{10}^3}=\frac{7}{24}$,$P(Y=1)=\frac{C_3^1C_7^2}{C_{10}^3}=\frac{21}{40}$,$P(Y=2)=\frac{C_3^2C_7^1}{C_{10}^3}=\frac{7}{40}$,$P(Y=3)=\frac{C_3^3C_7^0}{C_{10}^3}=\frac{1}{120}$.

所以Y的分布列如下:

Y	0	1	2	3
P	$\frac{7}{24}$	$\frac{21}{40}$	$\frac{7}{40}$	$\frac{1}{120}$

所以$E(Y)=3\times\frac{3}{10}=\frac{9}{10}$.