第 40 期

第 1~2 版

专题五 解析几何

参考答案

1.(1)抛物线方程为 $y^2=4x$，$P(3,\pm2\sqrt{3})$.

(2)证明略.

2.(1)$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{8}=1$.

(2)$(9,9+6\sqrt{2})$.

3.(1)$P(4,3)$.

(2)$(x-1)^2+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{5}{4}$.

(3)证明略.

4.(1)$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$.(2)证明略.

5.(1)$c=1$.

(2)椭圆 C 上存在 P，使线段 BD 和线段 OP 相互平分，其坐标为 $\left(-1,\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$，或 $\left(-1,-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

6.(1)$x^2=4y$.

(2)$3\sqrt{3}$.

7.(1)解：由题意知，$\begin{cases}2a=4,\\ \frac{1}{a^2}+\frac{9}{4b^2}=1,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=2,\\ b=\sqrt{3}\end{cases}$ 所以椭圆 C 的标准方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$.

(2)证明：由题意，得 $A_1(-2,0),A_2(2,0)$，设点 $M(x_0,y_0)$，则 $k_{MA_1}\cdot k_{MA_2}=\frac{y_0}{x_0+2}\cdot\frac{y_0}{x_0-2}=\frac{y_0^2}{x_0^2-4}$，又 $M(x_0,y_0)$在椭圆 C 上，则 $\frac{x_0^2}{4}+\frac{y_0^2}{3}=1$，即 $\frac{y_0^2}{3}=1-\frac{x_0^2}{4}=\frac{4-x_0^2}{4}$，

所以 $k_{MA_1}\cdot k_{MA_2}=\frac{\frac{3}{4}(4-x_0^2)}{x_0^2-4}=-\frac{3}{4}$(定值).

(3)解：当 l_1,l_2 中有一条直线斜率不存在时，易求得 $S_{AMBN}=\frac{1}{2}\times4\times3=6$；当 l_1,l_2 的斜率都存在时，设直线 $l_1:x=my+1$，直线 $l_2:x=-\frac{1}{m}y+1$，由 $\begin{cases}x=my+1,\\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1,\end{cases}$ 得 $(3m^2+4)y^2+6my-9=0$，显然 $\Delta>0$，所以 $y_1+y_2=\frac{-6m}{3m^2+4}$，$y_1y_2=-\frac{9}{3m^2+4}$，则 $|AB|=\sqrt{1+m^2}\cdot\sqrt{(y_1+y_2)^2-4y_1y_2}=\frac{12(1+m^2)}{3m^2+4}$. 把上式中的 m 换成 $-\frac{1}{m}$ 得 $|MN|=\frac{12(1+m^2)}{3+4m^2}$，则 $S_{AMBN}=\frac{1}{2}|AB|\cdot|MN|=\frac{1}{2}\cdot\frac{12(1+m^2)}{3m^2+4}\cdot\frac{12(1+m^2)}{3+4m^2}=\frac{72(1+m^2)^2}{(3m^2+4)(3+4m^2)}$，令 $1+m^2=t$，则 $t>1$，且 $3+4m^2=4t-1,3m^2+4=3t+1$，所以 $S_{AMBN}=\frac{72t^2}{12t^2+t-1}=\frac{72}{-\left(\frac{1}{t}-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{49}{4}}(t>1)$，所以 $\frac{288}{49}\le S_{AMBN}<6$.综上，四边形 $AMBN$ 面积的取值范围是 $\left[\frac{288}{49},6\right)$.

第 3 版

专题六 函数与导数

参考答案

1.(1)函数 $f(x)$的单调递增区间为$(1,+\infty)$，单调递减区间为$(0,1)$.

(2)a 的取值范围为$[1,e]$，两曲线没有交点.

2.(1)函数 $h(x)$在$(0,\pi)$上单调递减.(2)1个.

3.(1)$(-\infty,0]\cup[1,+\infty)$.(2)证明略.

4.(1)$\left(\frac{e}{2},+\infty\right)$.(2)证明略.

5.(1)函数 $f(x)$在$(0,1)$上单调递增，在$(1,+\infty)$上单调递减.

(2)$(-\infty,0]$.

6.解：(1)设过点 $P(0,-1)$的直线与曲线 $f(x)$相切于点$(x_0,\ln x_0)$.因为 $f(x)=\ln x$，则 $f'(x)=\frac{1}{x}$，所以在$(x_0,\ln x_0)$处切线斜率为 $f'(x_0)=\frac{1}{x_0}$，则在$(x_0,\ln x_0)$处切线方程为 $y-\ln x_0=\frac{1}{x_0}(x-x_0)$.将 $P(0,-1)$代入切线方程，得 $\ln x_0=0$，所以 $x_0=1$，所以切线方程为 $y=x-1$.

(2)假设存在 $k\neq1$ 的正实数，使得只有唯一的正数 a，当 $x>\frac{1}{a}$ 时，不等式 $f(x)g\left(x-\frac{1}{a}\right)\le kx$ 恒成立，即 $\frac{a^2x}{ax-1}\ln x\le kx$ 恒成立. 因为 $x>\frac{1}{a}$，所以 $\ln x\le\frac{k(ax-1)}{a^2}$，即 $\ln x-\frac{k(ax-1)}{a^2}\le0$.令 $m(x)=\ln x-\frac{k(ax-1)}{a^2}=\ln x-\frac{k}{a}x+\frac{k}{a^2}\left(x>\frac{1}{a}\right)$，则 $m'(x)=\frac{1}{x}-\frac{k}{a}$，令 $m'(x_1)=0$，解得 $x_1=\frac{a}{k}$.

①当 $\frac{a}{k}>\frac{1}{a}$，即 $0<k<a^2$ 时，$x\in\left(\frac{1}{a},x_1\right)$时，$m'(x)>0$，则 $m(x)$在$\left(\frac{1}{a},x_1\right)$上为增函数，$x\in(x_1,+\infty)$时，$m'(x)<0$，则 $m(x)$在$(x_1,+\infty)$上为减函数，则$[m(x)]_{max}=m(x_1)=-1+\frac{k}{a^2}+\ln\frac{a}{k}\le0$，即 $\frac{k}{a^2}+\ln\frac{a}{k}\le1$.令 $h(a)=\frac{k}{a^2}+\ln\frac{a}{k}(a>\sqrt{k})$，则 $h'(a)=\frac{1}{a}-\frac{2k}{a^3}=\frac{a^2-2k}{a^3}$，令 $h'(a_0)=0$，得 $a_0=\sqrt{2k}$ $(a>\sqrt{k})$，$a\in(\sqrt{k},a_0)$时，$h'(a)<0$，则 $h(a)$在区间$(\sqrt{k},a_0)$上为减函数，$a\in(a_0,+\infty)$时，$h'(a)>0$，则 $h(a)$在区间$(a_0,+\infty)$上为增函数，因此存在唯一的正数 $a>\sqrt{k}$，使得 $h(a)\le1$，故只能$[h(a)]_{min}=1$，所以$[h(a)]_{min}=h(a_0)=\frac{1}{2}+\ln\sqrt{\frac{2}{k}}=1$，所以 $k=\frac{2}{e}$，此时 a 只有唯一的值 $\frac{2\sqrt{e}}{e}$.

②当 $\frac{a}{k}\le\frac{1}{a}$，即 $k\ge a^2$ 时，$m'(x)<0$，所以 $m(x)$在$\left(\frac{1}{a},+\infty\right)$上为减函数，所以 $x\to\frac{1}{a}$ 时，$m(x)\to\ln\frac{1}{a}\le0$，即 $a\ge1$，故 $k>1$，所以满足 $1\le a\le\sqrt{k}$ 的 a 不唯一.

综上，存在实数 $k=\frac{2}{e}$，a 只有唯一值 $\frac{2\sqrt{e}}{e}$，当 $x>\frac{1}{a}$ 时，原不等式恒成立.

第 4 版

专题七 选修 4 系列

参考答案

1.(1)$[1,+\infty)$.(2)$[3,+\infty)$.

2.(1) 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=3\cos\alpha,\\ y=\sqrt{3}\sin\alpha,\end{cases}$($\alpha$ 为参数)，直线 l 的直角坐标方程为 $x-y+4=0$.

(2)$2\sqrt{2}-\sqrt{6}$.

3.(1)$[9,+\infty)$.

(2)$4a+b$ 取得最小值 13，此时 $a=2$，$b=5$.

4.(1) 曲线 C_1 的极坐标方程为 $\rho^2\cos^2\theta+2\rho^2=6$，曲线 C_2 的直角方程为 $x-y+\sqrt{2}=0$.

(2)$\left(\frac{1}{3},\frac{3}{2}\right)$.

5.(1)$\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)$.(2)$(0,5]$.

6.解：(1)由 $\begin{cases}x=\frac{1}{2}t,\\ y=\frac{\sqrt{3}}{2}t-1,\end{cases}$($t$ 为参数)

消去参数 t，得曲线 C_1 的普通方程为 $\sqrt{3}x-y-1=0$.由 $\rho=-4\sin\theta$，得 $\rho^2=-4\rho\sin\theta$，又 $x=\rho\cos\theta,y=\rho\sin\theta$，可得 C_2 的直角坐标方程为 $x^2+y^2+4y=0$.

(2)设 $A\left(\frac{1}{2}t_1,\frac{\sqrt{3}}{2}t_1-1\right)$，$B\left(\frac{1}{2}t_2,\frac{\sqrt{3}}{2}t_2-1\right)$，把 $\begin{cases}x=\frac{1}{2}t,\\ y=\frac{\sqrt{3}}{2}t-1\end{cases}$ 代入 $x^2+y^2+4y=0$ 中，得 $t^2+\sqrt{3}t-3=0$.

所以 $t_1+t_2=-\sqrt{3}$，$t_1t_2=-3$.

所以 $\frac{1}{|PA|}+\frac{1}{|PB|}=\frac{1}{|t_1|}+\frac{1}{|t_2|}=\frac{|t_1|+|t_2|}{|t_1t_2|}=\frac{|t_1-t_2|}{|t_1t_2|}=\frac{\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1t_2}}{|t_1t_2|}=\frac{\sqrt{(-\sqrt{3})^2-4\times(-3)}}{3}=\frac{\sqrt{15}}{3}$.

第 37 期

第 1 版

专题七 不等式

参考答案

1~5.BADAA 6~10.CABCB

11~15.DCAAC 16~20.AABBA

21~25.AACBD

26.C

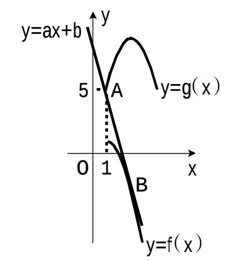
提示：因为 $2^a=3^b=6$，所以 $a=\log_2 6=1+\log_2 3$，$b=\log_3 6=1+\log_3 2$，所以 $a+b=2+\log_2 3+\log_3 2>4$，$ab=2+\log_2 3+\log_3 2>4$，故 A,B 正确；$(a-1)^2+(b-1)^2=(\log_2 3)^2+(\log_3 2)^2>2\log_2 3\cdot\log_3 2=2$，故 C 错误；因为 $a^2+b^2=2+2(\log_2 3+\log_3 2)+(\log_2 3)^2+(\log_3 2)^2>2+4\sqrt{\log_2 3\cdot\log_3 2}+2\log_2 3\cdot\log_3 2=8$，故 D 正确，故选 C.

27.C

提示：将圆的一般方程 $x^2+y^2+2x+4y+1=0$，化为标准方程得 $(x+1)^2+(y+2)^2=4$，结合直线 $2ax+by+2=0(a>0,b>0)$ 被圆 $x^2+y^2+2x+4y+1=0$ 截得弦长为 4，可得直线 $2ax+by+2=0(a>0,b>0)$过圆的圆心$(-1,-2)$，即 $-2a-2b+2=0$，则 $a+b=1(a>0,b>0)$，则 $\frac{4}{a}+\frac{1}{b}=(a+b)\cdot\left(\frac{4}{a}+\frac{1}{b}\right)=5+\frac{4b}{a}+\frac{a}{b}\ge5+2\sqrt{\frac{4b}{a}\cdot\frac{a}{b}}=9$，当且仅当 $\frac{4b}{a}=\frac{a}{b}$，即 $a=\frac{2}{3},b=\frac{1}{3}$ 时取等号，故选 C.

28.A

提示：当 $x\in[1,5]$时，$2x\le x^2+ax+b\le6x$ 恒成立可得 $-x^2+2x\le ax+b\le-x^2+6x$.令 $f(x)=-x^2+2x(1\le x\le5)$，$g(x)=-x^2+6x(1\le x\le5)$，可得 $f(x),g(x)$图象如下图所示. 要使 b 最大，则 $y=ax+b$ 必过 $A(1,5)$，且与 $y=f(x)$相切于点 B，则此时 $b=5-a$，即直线方程为 $y=ax+5-a$，联立 $\begin{cases}y=ax+5-a,\\ y=-x^2+2x,\end{cases}$ 得 $x^2+(a-2)x+5-a=0$，所以 $\Delta=(a-2)^2-4(5-a)=0$，解得 $a^2=16$.由图象可知 $a<0$，所以 $a=-4$，所以 $b_{max}=5-(-4)=9$，故选 A.



(第 28 题图)

第 2 版

专题八 直线和圆、圆锥曲线

参考答案

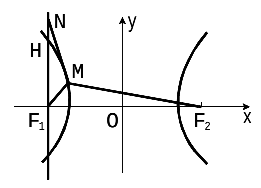
1~5.DDAAA 6~10.DCCAB

11~15.CBBBD 16~20.BAAAA

21~24.ADCA

25.C

提示：由已知可得 $|MF_2|-|MF_1|=2a$，若 $|MF_2|+|MN|>4b$，即 $|MF_1|+|MN|+2a>4b$.如图所示，当点 M 位于 H 点时，$|MF_1|+|MN|$最小，故 $\frac{3b^2}{2a}+2a>4b$，即 $3b^2+4a^2>8ab$，所以 $3b^2-8ab+4a^2>0$，所以$(2a-b)(2a-3b)>0$，所以 $2a>3b$ 或 $2a<b$，所以 $4a^2>9b^2$ 或 $4a^2<b^2$，所以 $9c^2<13a^2$ 或 $c^2>5a^2$，所以 $1<\frac{c}{a}<\frac{\sqrt{13}}{3}$，或 $\frac{c}{a}>\sqrt{5}$，所以双曲线 C 的离心率的取值范围为 $\left(1,\frac{\sqrt{13}}{3}\right)\cup(\sqrt{5},+\infty)$，故选 C.



(第 25 题图)

第 3 版

专题九 概率与统计

参考答案

1~5.ADCBC 6~10.ABDBB

11~15.AADAB 16~17.CB

18.D

提示：由题意，得法官甲民事庭维持原判的案件率为 $x_1=\frac{29}{32}\approx0.906$，行政庭维持原判的案件率 $x_2=\frac{100}{118}\approx0.847$，总体上维持原判的案件率为 $x=\frac{129}{150}=0.86$；法官乙民事庭维持原判的案件率为 $y_1=\frac{90}{100}=0.9$，行政庭维持原判的案件率为 $y_2=\frac{20}{25}=0.8$，总体上维持原判的案件率为 $y=\frac{110}{125}=0.88$.所以 $x_1>y_1,x_2>y_2,x<y$，故选 D.

第 4 版

专题十 算法初步、推理与证明、复数

参考答案

1~5.CCCDC 6~10.DCDDB

11~15.ADBBB 16~19.AADD

20.C

提示：记三角形数构成的数列为$\{a_n\}$，则 $a_1=1,a_2=3=1+2,a_3=6=1+2+3,a_4=10=1+2+3+4,\cdots$，易得通项公式为 $a_n=1+2+3+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$；同理可得正方形数构成的数列$\{b_n\}$的通项公式为 $b_n=n^2$. 将四个选项中的数字分别代入上述两个通项公式，使得 n 都为正整数的只有 $1225=35^2=\frac{49\times50}{2}$，故选 C.

21.B

提示：若甲阅读了语文老师推荐的文章，则甲、乙、丙、丁说的都不对，不满足题意；若乙阅读了语文老师推荐的文章，则甲、乙说的都不对，丙、丁都正确，满足题意；若丙阅读了语文老师推荐的文章，则甲、乙、丙说的都对，丁说的不对，不满足题意；若丁阅读了语文老师推荐的文章，则甲说的对，乙、丙、丁说的都不对，不满足题意.故选 B.

第38期

第2版

专题一　函数与导数

参考答案

1.$\left(-\frac{1}{3},1\right)$　2.2

3.3　4.1

5.$(-1,1)$　6.$(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

7.$(-2,1)$　8.$(-1,1)$

9.$\frac{4}{3}+\log_2 3$　10.$(-1,2)$

11.0　12.$(1,2)$

13.$\frac{3\sqrt{3}}{2}$

14.$(-e^4,-e^2)\cup(e^2,e^4)$

15.$\left(0,\frac{\sqrt{15}}{15}\right)\cup\left(\frac{1}{e},\frac{e}{3}\right]$

16.$\left(-\infty,\frac{3}{2}\right]$

17.$\left[-2e^{-\frac{3}{2}},3e\right]$

18.$\left(-\frac{1}{e^2},0\right)$

专题二　立体几何

参考答案

1.③④　2.$\frac{\sqrt{2}}{2}$

3.$\frac{\pi}{4}$　4.$\frac{\pi}{4}$

5.①④　6.$\sqrt{3}$

7.1　8.45°

9.$\frac{1}{3}$　10.$\frac{32}{3}\pi$

第3版

专题三　三角函数、平面向量、解三角形

参考答案

1.$\frac{2019}{2020}$　2.4,$3\sqrt{3}$

3.$\frac{\pi}{2}$　4.$\frac{3}{5}$

5.$\frac{3\pi}{4}$　6.$\frac{4}{7}$

7.$\left(\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right]$　8.$\frac{2\pi}{3}$

9.$\frac{4}{5}$　10.$2\sqrt{3}$

11.$-\frac{3}{2}$　12.$\frac{2}{3}$

13.12　14.②③④

15.$\sqrt{2}+1$　16.$\frac{1}{2}$

17.$\frac{5\sqrt{3}}{2}+3$

提示：由正弦定理，可得$\sqrt{3}\cdot(\sin A\cos C+\sin C\cos A)=2\sin B\sin B$，即$\sqrt{3}\sin B=2\sin^2 B$，所以$\sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$B=\frac{\pi}{3}$.又$\angle CAB=\frac{\pi}{3}$，所以$\triangle ABC$为等边三角形.在$\triangle ADC$中，由余弦定理，得$AC^2=10-6\cos D$，故四边形$ABCD$的面积为$S_{\triangle ABC}+S_{\triangle ADC}=\frac{\sqrt{3}}{4}AC^2+\frac{3}{2}\sin D=\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot(10-6\cos D)+\frac{3}{2}\sin D=\frac{5\sqrt{3}}{2}+3\sin\left(D-\frac{\pi}{3}\right)$，所以当$D-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}$，$D=\frac{5\pi}{6}$时，四边形$ABCD$面积最大，最大值为$\frac{5\sqrt{3}}{2}+3$.

专题四　数列和不等式

参考答案

1.9　2.15

3.-3或2　4.$n+2^{2n+1}-2$

5.$b^a>a^a>a^b$　6.12或13

7.$\frac{9}{4}$　8.2^{n+1}

9.$\left(\frac{\sqrt{3}}{3},1\right)$

10.$\left(-\frac{\sqrt{2}}{2},0\right)$

11.$(2n-3)\cdot 2^{n+1}+6$

12.$4\sqrt{2}$

13.$[-3,4]$

14.$(n-1)\cdot 2^{n+1}+2$

15.$2^{n+1}-2$

16.$\frac{7\sqrt{3}}{3}$

17.8

提示：因为$S_{n+1}-2(2a_n+1)=0$（$n\in\mathbf{N}_+$），所以$S_{n+1}=4a_n+2$，所以$S_2=4a_1+2$，所以$a_2=3a_1+2=8$. 因为$a_{n+2}=S_{n+2}-S_{n+1}=4a_{n+1}-4a_n$，所以$a_{n+2}-2a_{n+1}=2(a_{n+1}-2a_n)$，所以数列$\{a_{n+1}-2a_n\}$是以$a_2-2a_1=4$为首项，公比为2的等比数列，所以$a_{n+1}-2a_n=4\times 2^{n-1}=2^{n+1}$，即$\frac{a_{n+1}}{2^{n+1}}-\frac{a_n}{2^n}=1$，所以数列$\left\{\frac{a_n}{2^n}\right\}$是以1为首项，1为公差的等差数列，所以$\frac{a_n}{2^n}=1+(n-1)=n$，即$a_n=n\cdot 2^n$，所以$f(n)=\frac{a_n}{2^{n-1}}(-2n+31)-1=-4n^2+62n-1$.因为对称轴$n=\frac{62}{8}=7.75$，所以当$n=8$时，$f(n)$取得最大值.

第4版

专题五　直线和圆、圆锥曲线

参考答案

1.$y=-\frac{1}{8}$　2.2

3.6　4.-1

5.$\sqrt{2}-1$　6.$y=\pm x$

7.1或-5

8.$(-\infty,-2]\cup\left[\frac{2}{3},+\infty\right)$

9.$[6,+\infty)$　10.8

11.$[0,3]$　12.$3\sqrt{2}+3$

13.$\frac{\sqrt{97}}{5}$　14.$\frac{3}{4}$

15.$\frac{10}{3}$　16.$\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$

17.$(1,1+\sqrt{3}]$

提示：由$(\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OF_2})\cdot\overrightarrow{F_2P}=0$，得$(\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OF_2})\cdot(\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OF_2})=0$，即为$\overrightarrow{OP}^2=\overrightarrow{OF_2}^2$，可得$|OP|=c$，所以$\angle F_1PF_2=90°$.

设$|PF_1|=m$，$|PF_2|=n$，可得$m-n=2a$，且$m^2+n^2=4c^2$，令$m=kn$，所以$n=\frac{2a}{k-1}$，$m=\frac{2ka}{k-1}$.在$\triangle PF_1F_2$中，由勾股定理，得$|PF_1|^2+|PF_2|^2=4c^2$，所以$\left(\frac{2ka}{k-1}\right)^2+\left(\frac{2a}{k-1}\right)^2=4c^2$，所以$\left(\frac{k}{k-1}\right)^2+\left(\frac{1}{k-1}\right)^2=e^2$. 又$k\geqslant\sqrt{3}$，所以$e^2=\frac{k^2+1}{(k-1)^2}=1+\frac{2k}{(k-1)^2}=1+\frac{2}{k-2+\frac{1}{k}}\leqslant 1+\frac{2}{\sqrt{3}-2+\frac{1}{\sqrt{3}}}=4+2\sqrt{3}$，所以$1<e\leqslant 1+\sqrt{3}$.

专题六　概率与统计

参考答案

1.808　2.0.0284

3.50　76.4　4.$\frac{4}{5}$

5.$\frac{2}{3}$　6.$\frac{2}{3}$

7.$\frac{5}{6}$

8.99.5%

提示：根据列联表中数据，得K^2的观测值$k=\frac{50\times(20\times 15-10\times 5)^2}{30\times 20\times 25\times 25}\approx 8.333>7.879$，所以有99.5%的把握认为“是否同意限定区域停车与家长的性别有关”.

第39期

第1版

专题一　三角与向量

参考答案

1.(1)$B=\frac{2\pi}{3}$.(2)$2\sqrt{11}+6$.

2.(1)$AD=3$.(2)$\tan B=\frac{\sqrt{3}}{4}$.

3.(1)$\left[-\frac{\pi}{8}+k\pi,\frac{3\pi}{8}+k\pi\right]$，$k\in\mathbf{Z}$.

(2)$[-1,1]$.

4.(1)$B=\frac{\pi}{3}$.(2)$a=4$，$c=6$.

5.(1)$\frac{1}{2}$.

(2)$\sqrt{2}+2\sqrt{6}$.

6.(1)$g(x)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$，$g(x)$在$(0,\pi)$上的单调递增区间为$\left(0,\frac{\pi}{6}\right]$和$\left[\frac{2\pi}{3},\pi\right)$.(2)$\frac{5\sqrt{3}}{4}$.

第2版

专题二　数列

参考答案

1.(1)$a_n=2n-1$，$b_n=3\cdot 2^{n-1}$.

(2)$T_n=n^2+3(2^n-1)$.

2.(1)$a_n=2n+1$.　(2)8.

3.(1)证明略.(2)$T_n=(n-1)\cdot 2^{n+1}+2$.

4.**解**：(1)设等比数列$\{a_n\}$的公比为q，因为$a_4,3a_3,a_5$成等差数列，所以$a_4+a_5=6a_3$，即$a_3q+a_3q^2=6a_3$，所以$q^2+q-6=0$，所以$q=2$或$q=-3$.

又$a_4=2a_2+4$，所以$a_1q(q^2-2)=4$.

因为$a_1>0$，所以$q=2$，$a_1=1$，

所以$a_n=2^{n-1}$.

(2)因为$S_n=\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}=2^n-1$，$10a_n=\lambda S_n+2\lambda$，所以$\lambda=\frac{10a_n}{S_n+2}=\frac{5\times 2^n}{2^n+1}=5-\frac{5}{2^n+1}$.因为$\lambda$为整数，所以$n=2$时$\lambda=4$，所以存在$n=2$时$\lambda=4$满足条件.

5.**解**：(1)由题意知$\begin{cases}a_1+a_2+a_3=13,\\6a_2=a_1+a_3+8,\end{cases}$可得$a_2=3$，$a_1+a_3=10$，设递增的等比数列$\{a_n\}$的公比为$q$，得$\frac{3}{q}+3q=10$，解得$q=3$或$q=\frac{1}{3}$（舍去），则$a_n=a_2q^{n-2}=3\cdot 3^{n-2}=3^{n-1}$.

(2)选①$3S_n+b_n=4$，当$n\geqslant 2$时，$3S_{n-1}+b_{n-1}=4$，又$3S_n+b_n=4$，两式相减可得$3b_n+b_n-b_{n-1}=0$，则$b_n=\frac{1}{4}b_{n-1}$，可得$\{b_n\}$为首项为1，公比为$\frac{1}{4}$的等比数列，则$b_n=\left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$.由$c_n=a_nb_n=\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}$，得$T_n=\frac{1-\left(\frac{3}{4}\right)^n}{1-\frac{3}{4}}=4-4\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^n$，由$\{T_n\}$为递增数列，可得$n=1$时，$T_n$取得最小值1.

选②$b_n=b_{n-1}+2(n\geqslant 2)$，可得$\{b_n\}$为首项为1，公差为2的等差数列，则$b_n=1+2\cdot(n-1)=2n-1$，$c_n=a_nb_n=(2n-1)\cdot 3^{n-1}$，则$T_n=1\times 3^0+3\times 3^1+5\times 3^2+\cdots+(2n-1)\times 3^{n-1}$，

$3T_n=1\times 3+3\times 3^2+5\times 3^3+\cdots+(2n-1)\times 3^n$，

两式相减可得$-2T_n=1+2(3^1+3^2+\cdots+3^{n-1})-(2n-1)\cdot 3^n=1+2\cdot\frac{3(1-3^{n-1})}{1-3}-(2n-1)\cdot 3^n$，化简得，$T_n=1+(n-1)\cdot 3^n$，由$\{T_n\}$为递增数列，可得$n=1$时，$T_n$取得最小值1.

选③$5b_n=-b_{n-1}(n\geqslant 2)$，得$\{b_n\}$为首项为1，公比为$-\frac{1}{5}$的等比数列，则$b_n=\left(-\frac{1}{5}\right)^{n-1}$. 由$c_n=a_nb_n=\left(-\frac{3}{5}\right)^{n-1}$，得$T_n=\frac{1-\left(-\frac{3}{5}\right)^n}{1-\left(-\frac{3}{5}\right)}=\frac{5}{8}-\frac{5}{8}\cdot\left(-\frac{3}{5}\right)^n$，$T_1=1$，$T_2=\frac{2}{5}$，当$n$为奇数时，$\frac{5}{8}<T_n\leqslant 1$；当$n$为偶数时，$T_n\geqslant\frac{2}{5}$，可得$n=2$时，$T_n$取得最小值$\frac{2}{5}$.

第3版

专题三　概率与统计

参考答案

1.(1)$a=25$，$b=100$，$N=250$.

(2)第1，2，3组分别抽取1人，1人，4人.

(3)$\frac{8}{15}$.

2.(1)列联表略，有97.5%的把握认为这200位参与调查者是否准备购买华为手机与性别有关.(2)$\frac{3}{5}$.

3.(1)$\hat{y}=11+\frac{100}{x}$.

(2)用反比例函数模型拟合效果更好，当产量为10千件时，每件产品的非原料成本为21元.

(3)企业要想获得更高利润，产品单价应选择90元.理由略.

第4版

专题四　立体几何

参考答案

1.(1)证明略.(2)证明略.

(3)**解**：因为$A_1D\perp$平面A_1BC，

所以$A_1D\perp A_1C$.

在$Rt\triangle CA_1D$中，

因为$A_1D=6$，$CD=10$，

所以$A_1C=8$，$A_1O=\frac{24}{5}$，

所以$V_{A_1-BCD}=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times 6\times 10\right)\times\frac{24}{5}=48$.

2.(1)证明略.(2)$PA=4\sqrt{3}$.

3.(1)证明略.

(2)存在满足题意的点E,F,G，此时$EF=2\sqrt{15}-4\sqrt{3}$.理由略.

4.(1)$\frac{\sqrt{3}}{3}$.(2)证明略.

(3)$\frac{\sqrt{6}}{6}$.

5.(1)**证明**：取EC的中点N，连接MN,BN. 因为MN为$\triangle EDC$的中位线，所以$MN\parallel CD$，且$MN=\frac{1}{2}CD$.

由已知$AB\parallel CD$，且$AB=\frac{1}{2}CD$，得$MN\parallel AB$，且$MN=AB$.故四边形$ABNM$为平行四边形.所以$BN\parallel AM$.

又$BN\subset$平面BEC，$AM\not\subset$平面BEC，所以$AM\parallel$平面BEC.

(2)**解**：在正方形$ADEF$中，$ED\perp AD$，又因为平面$ADEF\perp$平面$ABCD$，且平面$ADEF\cap$平面$ABCD=AD$，

所以$ED\perp$平面$ABCD$.

所以$ED\perp BC$.

在直角梯形$ABCD$中，$AB=AD=1$，$CD=2$，可得$BC=\sqrt{2}$.

故在$\triangle BCD$中，$BD=BC=\sqrt{2}$，$CD=2$，

所以$BD^2+BC^2=CD^2$.

所以$BD\perp BC$.

又$ED\cap BD=D$，

所以$BC\perp$平面BDE.

而$BE\subset$平面BDE，

所以$BC\perp BE$.

故$S_{\triangle BCE}=\frac{1}{2}BE\cdot BC=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{2}=\frac{\sqrt{6}}{2}$，$S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2}BD\cdot BC=\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}=1$.

又$V_{E-BCD}=V_{D-BCE}$，设点D到平面BEC的距离为h，则$\frac{1}{3}S_{\triangle BCD}\cdot DE=\frac{1}{3}S_{\triangle BCE}\cdot h$，可得$h=\frac{\sqrt{6}}{3}$.